Konzultace

ZPOCHYBNĚNÍ DESKRIPTIVNOSTI TEORIE OČEKÁVANÉHO UŽITKU

Michal Skořepa, Česká národní banka, Praha; Institut ekonomických studií, Fakulta sociálních věd, Univerzita Karlova, Praha

V květnu roku 1952 se v Paříži konalo mezinárodní kolokvium na téma rizika a nejistoty. Kolokvia se účastnili přední světoví badatelé v oborech matematické statistiky, ekonomie nejistoty a teorie rozhodování. Jeden z nich, francouzský ekonom Maurice Allais, se pokusil o husarský kousek. Věděl, že naprostá většina účastníků kolokvia považuje za správné se v podmínkách rizika rozhodovat podle tzv. teorie očekávaného užitku (expected utility theory, EUT). Allais chtěl dokázat, že ve vhodně zvoleném typu úlohy účastníci konference EUT vlastním rozhodováním poruší. To se mu skutečně také povedlo. Předznamenal tak pozdější početné empirické útoky na EUT, která je dodnes základním stavebním kamenem ekonomie zaměřené na situace s prvkem rizika.

V tomto článku budeme prezentovat nejen jím zvolené úlohy (sekce 2), ale také některé novější empirické poznatky (sekce 3), které vedou v posledních letech k rostoucím pochybám, zda je nadále únosné, aby dnes již velice rozsáhlá ekonomie rizika byla postavena právě na EUT. Popíšeme také nejvýznamnější dosud nabídnutou alternativu, tzv. cumulative prospect theory (sekce 4), a na závěr (sekce 5) připojíme krátkou úvahu o vyhlídkách EUT v rámci ekonomie s prvkem rizika. Nejprve je však na místě v sekci 1 zavést základní terminologii a představit samotnou teorii očekávaného užitku.

1. Teorie očekávaného užitku

Předpokládejme rozhodování mezi více variantami, které budeme značit A, B, ... Celkově existuje v dané rozhodovací úloze n možných výsledků shromážděných ve vektoru $\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$. Naše pozornost bude zaměřena na případy tzv. rozhodování za rizika (Knight, 1921), kdy libovolná varianta A je plně popsána vektorem objektivních a rozhodujícímu se jedinci známých pravděpodobností $p_A = (p_{A1}, p_{A2}, ..., p_{An})$, s nimiž vede volba této varianty k jednotlivým výsledkům ve vektoru $\vec{x}$. Rozhodování mezi variantami A, B, ... je vlastně rozhodováním mezi vektory p_A, p_B, ... Variantu A lze přehledně zapsat pomocí tabulky 1.

Tabulka 1

	x_1	x_2	...	x_n
A	p_{A1}	p_{A2}	...	p_{An}

Dále budeme pro jednoduchost předpokládat, že vektor x obsahuje pouze peněžní částky seřazené takto: $x_1 < x_2 < ... < x_n$. Daná varianta může být tzv. složenou loterií, tj. kterýkoli jednotlivý výsledek x_i může sám mít povahu vektoru nových výsledků $y = (y_1, y_2, ..., y_{n'})$ nastávajících s objektivními a rozhodujícímu se jedinci známými pravděpodobnostmi $q_i = (q_{i1}, q_{i2}, ..., q_{in'})$.

Historickým předchůdcem EUT je teorie očekávané hodnoty, která tvrdí, že člověk se rozhoduje podle výše očekávaného výsledku (expected value, EV) porovnávaných variant, tj. že považuje A za lepší než B, právě když

$$EV(A) \equiv \sum_{i=1}^{n} p_{iA} * x_i > EV(B) \equiv \sum_{i=1}^{n} p_{iB} * x_i . \quad (1)$$

Švýcarský matematik Daniel Bernoulli (1738/1954) však upozornil na zřejmou skutečnost, že pokud nám někdo nabídne možnost koupit si za jistou peněžní sumu účast v sázce, většina z nás nebude ochotná zaplatit více než určitou omezenou sumu, jakkoli vysoká je EV nabízené sázky. Vzorec (1) tedy rozhodně nepopisuje věrně lidské rozhodování, tedy alespoň rozhodování o velkých částkách. Bernoulli vyslovil hypotézu, že do výpočtu „celkové hodnoty“ varianty A vstupují spolu s pravděpodobnostmi $p_{A1}, p_{A2}, ..., p_{An}$ částky $x_1, x_2, ..., x_n$ ve skutečnosti nikoli přímo, nýbrž transformovány funkcí, kterou je dnes zvykem nazývat užitková funkce a značit $u(x_i)$. Zde budeme pro jednoduchost namísto $u(x_i)$ psát u_i. Aby tato transformace hodnoty přinesla vysvětlení lidské neochoty platit závratné částky za účast v loteriích se závratnou EV, musí být funkce u ryze konkávní.[1] Takový tvar ostatně dobře odpovídá obecnému psychologickému poznatku, že roste-li síla daného impulsu, klesá obvykle

1 Rabin (2000) však dokazuje, že má-li tento přístup dobře popisovat rozhodování s velkými částkami, pak pro částky, s nimiž běžně operujeme v každodenním životě, musí být funkce u téměř lineární.

dopad, který má na lidskou psychiku dodatečné (marginální) zvýšení impulsu o jednotku.[2]

Výsledkem tedy je představa, že lidské rozhodování za rizika se řídí podle výše očekávaného užitku (expected utility, EU) porovnávaných variant, tj. že člověk považuje A za lepší než B, právě když

$$EU(A) \equiv \sum_{i=1}^{n} p_{iA} * u(x_i) > EU(B) \equiv \sum_{i=1}^{n} p_{iB} * u(x_i). \tag{2}$$

Pokud se jedná konkrétně o složenou loterii, její celkový očekávaný užitek je roven očekávanému užitku jejích jednotlivých „výsledků" (tj. jednotlivých variant, které tvoří danou složenou loterii) váženému pravděpodobnostmi těchto „výsledků".

John von Neumann a Oskar Morgenstern spíše jen tak „mimochodem" ve své slavné monografii zakládající teorii her (von Neumann a Morgenstern, 1947) tento rozhodovací postup axiomatizují, tj. ukazují, že funkce u: $x \rightarrow R^+$, která vygeneruje skrze postup (2) určitý soubor preferencí, existuje právě tehdy, když tento soubor preferencí splňuje několik axiomů. Neumann-Morgensternova axiomatizace byla sice zcela průlomová, nicméně z dnešního hlediska poněkud obskurní. V následujících letech proběhla v ekonomii živá debata o tom, které nevyřčené předpoklady jsou za ní ukryty a co z ní plyne. Výsledkem této debaty pak bylo hned několik podstatou podobných, přitom však srozumitelnějších a jednoznačnějších axiomatizací (např. Jensen, 1967).

Většina těchto axiomatizací se neobejde bez nějaké varianty fundamentálních rozhodovacích zásad založených na myšlence tranzitivity (pokud A je lepší než B a pokud B je lepší než C, pak A je lepší než C), úplnosti (pro kterékoli dvě varianty A a B platí, že buď A je lepší než B, nebo B je lepší než A, nebo A a B jsou stejně dobré) a spojitosti (existuje taková pravděpodobnost p, resp. q, že varianta vedoucí s jistotou k danému výsledku x bude lepší, resp. horší, než varianta vedoucí s pravděpodobností p, resp. q, k danému výsledku lepšímu než x a se zbytkovou pravděpodobností $1 - p$ k danému výsledku horšímu než x).

Všechny axiomatizace rozhodovacího postupu popsaného vztahem (2) také obsahují – a to nás bude zajímat především – některou podobu axiomu zvaného různými autory jako nezávislost (independence), ale také substituce (substitution) nebo vyrušení (cancellation). Nezávislost je možné formulovat dvěma způsoby (viz též Skořepa, 2005). Předpokládejme dvojici variant popsanou v tabulce 2. Zvolení varianty A, resp. B má s pravděpodobností p tytéž implikace, jako kdyby byla zvolena jiná varianta E, a s pravděpodobností 1 - p tytéž implikace, jako kdyby byly zvoleny jiné varianty C, resp. D.

Tabulka 2

	implikace varianty *E*	**implikace varianty *C***	**implikace varianty *D***
A	p	1 - p	0
B	p	0	1 - p

2 U užitkové funkce v modelech rozhodování za jistoty se v souladu s touto úvahou obvykle taktéž předpokládá konkavita. Představa, že funkce u používaná pro popis rozhodování za rizika a funkce u používaná pro popis rozhodování za jistoty jsou vlastně dvěma odrazy jediné kardinální užitkové funkce, je předmětem sporů – viz například Allais a Hagen (1979).

Nezávislost lze pro tento jednoduchý případ formulovat v podobě následující implikace:

$$A \text{ je lepší než } B \Leftrightarrow C \text{ je lepší než } D. \qquad (3)$$

Tato implikace plyne z jednoduchého výpočtu založeného na EUT. Předpokládejme například, že A je lepší než B, tj. že

$$EU(A) \equiv p^*EU(E) + (1\text{-}p)^*EU(C) > EU(B) \equiv p^*EU(E) + (1\text{-}p)^*EU(D).$$

Odtud dostáváme

$$(1\text{-}p)^*EU(C) > (1\text{-}p)^*EU(D),$$

a tedy

$$EU(C) > EU(D),$$

což značí, že C je lepší než D. Nezávislost se v popsaném případě projevuje tak, že preference mezi implikacemi varianty C a implikacemi varianty D nezávisí na tom, jaká varianta E je k nim v rámci variant A a B „přimíchána" (s pravděpodobností p). Obecněji řečeno, hodnocení jednotlivých výsledků v rámci dané varianty jsou podle EUT navzájem nezávislá. Tento princip lze samozřejmě uplatnit i na složitější případy, než je situace popsaná tabulkou 2.

Nyní uveďme druhou možnou formulaci Nezávislosti. Předpokládejme čtveřici variant popsanou v tabulce 3. Zvolení varianty A, resp. B vede s pravděpodobností p k výsledku x, resp. x' a s pravděpodobností 1 - p k výsledku x'', zatímco zvolení varianty C, resp. D vede s pravděpodobností p k výsledku x, resp. x' a s pravděpodobností 1 - p k výsledku x'''.

Tabulka 3

	x	x'	x''	x'''
A	p	0	1 - p	0
B	0	p	1 - p	0
C	p	0	0	1 - p
D	0	p	0	1 - p

Nezávislost je pak opět formulována jako implikace (3). Opět konkrétně předpokládejme, že A je lepší než B, tj. že

$$EU(A) \equiv p^*u(x) + (1\text{-}p)^*u(x'') > EU(B) \equiv p^*u(x') + (1\text{-}p)^*u(x'').$$

Odtud dostáváme

$$p^*u(x) > p^*u(x'),$$

a tedy

$$EU(C) \equiv p^*u(x) + (1\text{-}p)^*u(x''') > EU(D) \equiv p^*u(x') + (1\text{-}p)^*u(x'''),$$

což značí, že C je lepší než D. Nezávislost se v popsaném případě projevuje tak, že preference mezi x a x' nezávisí na tom, zda je k nim v rámci variant A, B, C a D „přimíchán" (s pravděpodobností 1 - p) výsledek x'', nebo zda tento výsledek zaměníme za jiný výsledek x'''. Jde tedy o tentýž obecný princip jako výše: hodnocení jednotlivých výsledků v rámci dané varianty jsou podle EUT navzájem nezávislá. Také zde platí, že tento princip lze uplatnit i na složitější případy, než je situace popsaná tabulkou 3.

Pro další naše úvahy bude užitečné připomenout ještě základní terminologii v oblasti vztahu rozhodujícího se jedince k riziku. Označme symbolem c_A jistotní ekvivalent varianty A, tj. výsledek, jehož získání s jistotou je pro jedince stejně dobré jako implikace volby varianty A. Rozhodující se jedinec je neutrální k riziku, pokud $c_A = EV(A)$; má averzi k riziku, pokud $c_A < EV(A)$; má zálibu v riziku, pokud $c_A > EV(A)$.

2. Allaisovy paradoxy

Allais (1953) pravděpodobně jako první naznačil, že v jistých specifických situacích projevují lidé preference porušující axiomy v pozadí EUT, a to i lidé „velmi rozvážní" a „považovaní všeobecně za velmi racionální" (s. 527) – jako byli například účastníci výše zmíněného pařížského kolokvia. Allais se konkrétně zaměřil na dvojice párů variant takových, že v jednom z párů jedna varianta nabízí určitý solidní výsledek s jistotou, a empiricky potvrdil svou hypotézu, že tato jistota povede k posílení přitažlivosti dané varianty v očích rozhodujícího se jedince, přičemž výsledkem tohoto posílení je porušení EUT. Allais uvádí dva typy těchto situací, pro které se později vžilo označení „efekt společného výsledku" a „efekt společného poměru".

2.1 Efekt společného výsledku

Jako první příklad dvojice párů variant, v nichž vzniká popsaný efekt jistoty, Allais (1953, s. 527) uvádí čtveřici variant popsanou v tabulce 4. Výsledky jsou v milionech tehdejších francouzských franků.

Tabulka 4

	0	**100**	**500**
A	0	1	0
B	0,01	0,89	0,1
C	0,89	0,11	0
D	0,9	0	0,1

Jak je zřejmé, varianty C a D jsou vytvořeny z variant A a B tak, že přesuneme pravděpodobnost ve výši 0,89 z výsledku 100 milionů franků k výsledku 0, tj. výsledek 100 s pravděpodobností 0,89 v obou variantách zaměníme za výsledek 0. Podle Nezávislosti (v jen mírně složitější verzi tabulky 3) by tato operace neměla změnit preferenci, takže podle EUT je A lepší než B tehdy a jen tehdy, když C je lepší než D:

$$EU(A) \equiv 1*u(100) > EU(B) \equiv 0{,}01*u(0) + 0{,}89*u(100) + 0{,}1*u(500),$$

a tedy

$$0{,}11*u(100) > 0{,}01*u(0) + 0{,}1*u(500),$$

by mělo platit tehdy a jen tehdy, když platí

$$EU(C) \equiv 0{,}89*u(0) + 0{,}11*u(100) > EU(D) \equiv 0{,}9*u(0) + 0{,}1*u(500).$$

Allais však zjistil, že většina jím dotázaných osob upřednostnila *A* před *B*, ale *D* před *C*. Tento efekt Allais vysvětluje tak, že varianta *A* nabízí výsledek 100 milionů franků s jistotou, čímž je její přitažlivost zvýšena (v rozporu s EUT). Varianta *C* již toto kouzlo jistoty nenabízí, a preference v páru *C* vs. *D* se tudíž přesunuly směrem k *D*.

Allaisův pokus má některé metodologické rysy, které vedou k pochybnostem o obecné platnosti výsledků pokusu – pracuje s obrovskými částkami, navíc čistě hypotetickými. Kromě toho Allais o svých zjištěních informuje jen velice vágně a zběžně. Kahneman a Tversky (1979, s. 265–266) se proto rozhodli efekt společného výsledku empiricky zdokumentovat důkladněji a snížit použité částky na realističtější úroveň (částky nicméně zůstaly hypotetické). Účastníci jejich pokusu měli porovnat v párech varianty uvedené v tabulce 5. Výsledky variant jsou v tehdejších izraelských šekelech; autoři uvádějí, že příjem průměrné izraelské rodiny byl v té době kolem 3000 šekelů.

Tabulka 5

	0	**2400**	**2500**
A	0	1	0
B	0,01	0,66	0,33
C	0,66	0,34	0
D	0,67	0	0,33

Varianty *C* a *D* jsou zde vytvořeny z variant *A* a *B* tak, že výsledek 2400 s pravděpodobností 0,66 v obou variantách zaměníme za výsledek 0. Podle Nezávislosti by tato operace neměla změnit preferenci, Kahneman a Tversky (1979) však pozorovali, že 82% účastníků ve skupině porovnávající varianty *A* a *B* upřednostnilo *A*, ale pouze 17% účastníků ve skupině porovnávající varianty *C* a *D* upřednostnilo *C*. Tím je efekt společného výsledku potvrzen. Jeho existenci i při skutečných, nikoli pouze hypotetických výsledcích variant, ověřil později například Starmer (1992).

2.2 Efekt společného poměru

Jako druhý příklad dvojice párů variant, v nichž vzniká podobný efekt jistoty, Allais (1953, s. 529) uvádí čtveřici variant popsanou v tabulce 6. Výsledky jsou opět v milionech tehdejších francouzských franků.

Tabulka 6

	0	**1**	**100**	**500**
A	0,02	0	0	0,98
B	0	0	1	0
C	0,0002	0,99	0	0,0098
D	0	0,99	0,01	0

Varianta *C*, resp. *D* je vytvořena z varianty *A*, resp. *B* tak, že její volba vede k implikacím varianty *A*, resp. *B* s pravděpodobností 0,01 a k výsledku 1 s pravděpodobností 0,99. Podle Nezávislosti (podle tabulky 2) by tato operace neměla změnit preferenci, takže podle EUT je *A* lepší než *B* tehdy a jen tehdy, když *C* je lepší než *D*.

Allais však zjistil, že většina jím dotázaných osob upřednostnila *A* před *B*, ale *D* před *C*. Tento efekt Allais opět vysvětluje tak, že varianta *A* nabízí s jistotou výsledek 100 milionů franků, čímž je její přitažlivost zvýšena (v rozporu s EUT). Varianta *C* již toto kouzlo jistoty nenabízí, a preference v páru *C* vs. *D* se tudíž přesunuly směrem k *D*.

Kahneman a Tversky (1979, s. 266) replikují také tento efekt společného poměru s realističtějšími peněžními částkami a v poněkud jednodušší podobě (ovšem opět pouze v hypotetické formě). Účastníci tohoto pokusu měli porovnat v párech varianty popsané v tabulce 7. Výsledky variant jsou v tehdejších izraelských šekelech.

Tabulka 7

	0	**3000**	**4000**
A	0	1	0
B	0,2	0	0,8
C	0,75	0,25	0
D	0,08	0	0,2

Varianta *C*, resp. *D* je vytvořena z varianty *A*, resp. *B* tak, že její volba vede k implikacím varianty *A*, resp. *B* s pravděpodobností 0,25 a k výsledku 0 s pravděpodobností 0,75. Podle Nezávislosti by tato operace neměla změnit preferenci, Kahneman a Tversky (1979) však pozorovali, že 80% účastníků ve skupině porovnávající varianty *A* a *B* upřednostnilo *A*, ale pouze 35% účastníků ve skupině porovnávající varianty *C* a *D* upřednostnilo *C*. Tím je efekt společného poměru potvrzen. Potvrzení existence tohoto efektu i při skutečných, nikoli pouze hypotetických výsledcích variant, prokázali později například Cubitt, Starmer a Sugden (1998).

3. Chování ve čtyřech podobách

Kahneman a Tversky se ve svých pokusech snažili zmapovat charakteristické rysy lidského rozhodování v různých dalších úlohách popsaného jednoduchého typu, tj. se dvěma až třemi možnými peněžními výsledky a objektivně danými pravděpodobnostmi. V zásadním, hojně citovaném článku Tversky a Kahneman (1992) publikovali pokus, který obsáhl řadu takových úloh a ukázal, že lidské rozhodování v této oblasti – jakkoli se může zdát na první pohled nepřehledné – lze popsat jako tzv. chování ve čtyřech podobách (four-fold pattern).[3]

V tomto pokusu byly na základě rozhodnutí každého z 25 účastníků stanoveny jistotní ekvivalenty každého účastníka pro každou ze sady 56 variant. Všechny varianty měly dva nezáporné nebo dva nekladné výsledky; u zhruba poloviny variant byl jeden z těchto dvou výsledků 0. Tabulka 6 udává v pokusu zjištěné procentuální zastoupení ekvivalentů naznačujících zálibu v riziku, neutralitu vůči riziku a averzi k riziku pro každou v tabulce naznačenou kategorii úloh.

3 Podobná pozorování učinili také např. Cohen, Jaffray a Said (1987). Nejnovější (a poměrně kritický) pohled na pozorování chování ve čtyřech podobách přinášejí Bosch-Domčnech a Silvestre (2005).

Tabulka 6

		pravděpodobnost extrémnějšího výsledku					
		≤ 0,1			≥ 0,5		
		postoj k riziku			postoj k riziku		
		záliba	neutrální	averze	záliba	neutrální	averze
výsledky	nezáporné	78%	12%	10%	10%	2%	88%
	nekladné	20%	0%	80%	87%	7%	6%

Toto zjištění lze obecně shrnout následujícím způsobem: V oblasti nezáporných výsledků lidé ve svém rozhodování projevují zálibu v riziku, pokud je pravděpodobnost extrémnějšího výsledku poměrně malá, a naopak averzi k riziku, pokud je pravděpodobnost extrémnějšího výsledku střední nebo vysoká. Naproti tomu v oblasti nekladných výsledků lidé ve svém rozhodování projevují zálibu v riziku, pokud je pravděpodobnost extrémnějšího výsledku střední nebo vysoká, a naopak averzi k riziku, pokud je pravděpodobnost extrémnějšího výsledku malá.

Chování ve čtyřech podobách je sice zřetelně symetrické a vlastně vcelku jednoduché, pro EUT je to však přesto příliš velké sousto. EUT má totiž pro zachycení postojů k riziku jen jediný nástroj, užitkovou funkci u, která sama o sobě může vysvětlit pouze „jednodílné" chování – buď celkovou averzi k riziku (konkávní u), nebo celkovou zálibu v riziku (konvexní u). Dostatek nástrojů na vysvětlení chování ve čtyřech podobách nabízí tzv. cumulative prospect theory, jak bude ukázáno v následující sekci.

4. Cumulative prospect theory

Cumulative prospect theory (CPT) navrhli Tversky a Kahneman (1992) jako empiricky i teoreticky zdokonalenou verzi své předchozí, matematicky méně formální ale strukturou složitější tzv. prospect theory (Kahneman a Tversky, 1979; viz též Skořepa, 2004). Základním rysem společným CPT i EUT je hodnocení variant na základě jejich výsledků a pravděpodobností, s nimiž varianty k těmto výsledkům vedou. Oba modely se navzájem podobají také v tom, že výsledky jsou v mysli rozhodujícího se jedince transformovány skrze určitou funkci. V EUT je to „užitková" funkce u, pro odlišení používají Tversky a Kahneman v kontextu CPT označení „hodnotová" funkce v (value function). Zde však podobnost mezi EUT a CPT končí.

Na rozdíl od užitkové funkce v EUT je hodnotová funkce v CPT definována nikoli pro absolutní výsledek x samotný, nýbrž pro rozdíl daného výsledku od jistého referenčního výsledku, „referenčního bodu" – hovoří se o tzv. referenčně závislém rozhodování (reference-dependent decision making). Veškeré výsledky lze v takovém případě rozdělit na „ztráty" (výsledky pod referenčním bodem) a „zisky" (výsledky nad referenčním bodem). Předpokládá se, že v je rostoucí a že má hodnotu 0 v referenčním bodě.[4] Zavedením referenčního bodu vzniká možnost identifikovat u hodnotové funkce jiný tvar pro ztráty než pro zisky – první nový, v EUT nedostupný nástroj pro vysvětlení chování ve čtyřech podobách. Druhý nový nástroj pro toto vysvětlení je výsledkem

4 Díky předpokladu, že v má v referenčním bodě hodnotu 0, můžeme v následujících výpočtech výsledek vedoucí k referenčnímu bodu a váhu tohoto výsledku ignorovat.

předpokladu CPT, že při rozhodování může docházet k transformaci nejen výsledků, ale také jejich pravděpodobností, a to dvojicí funkcí π^+ a π^- (více o nich bude řečeno níže).

Popišme nyní CPT formálně. Budeme předpokládat, že vektor $\vec{x}$ možných výsledků obsahuje pouze peněžní částky, a to kladné $(x_1, ..., x_{n-1}, x_n)$ s kladným indexem a/nebo záporné $(x_{-m}, x_{-m+1}, ..., x_{-1})$ se záporným indexem, přičemž jedním z výsledků je i neutrální výsledek (referenční bod, x_0), který lze považovat za zisk nebo za ztrátu. Celkově lze tedy vektor možných výsledků zapsat jako

$$\vec{x} = (x_{-m}, x_{-m+1}, ..., x_{-1}, x_0, x_1, ..., x_{n-1}, x_n),$$

kde všechny výsledky jsou seřazeny od nejnižšího (z hlediska rozhodujícího se jedince nejhorší, nejméně lákavý výsledek) po nejvyšší (nejlepší výsledek). Index i výsledku x_i lze označit jako jeho pořadí (rank) v rámci vektoru $\vec{x}$. Hodnotu funkce v pro výsledek x_i budeme pro jednoduchost psát jako v_i.

Kteroukoli variantu A (anglicky prospect, proto prospect theory) lze zapsat jako vektor pravděpodobností $(p_{-mA}, p_{-m+1A}, ..., p_{-1A}, p_{0A}, p_{1A}, ..., p_{n-1A}, p_{nA})$, s nimiž tato varianta vede k jednotlivým možným výsledkům. Do rozhodování však tyto pravděpodobnosti vstupují v transformované podobě, přičemž pravděpodobnosti ztrát $(p_{-mA}, p_{-m+1A}, ..., p_{-1A}, p_{0A})$ jsou transformovány funkcí π^-, zatímco pravděpodobnosti zisků $(p_{0A}, p_{1A}, ..., p_{n-1A}, p_{nA})$ jsou transformovány funkcí π^+. Podle CPT člověk považuje A za lepší než B, právě když

$$CP(A) \equiv \sum_{i=-m}^{0} \pi^-{}_{iA} * v_i + \sum_{i=0}^{n} \pi^+{}_{iA} * v_i > CP(B) \equiv \sum_{i=-m}^{0} \pi^-{}_{iB} * v_i + \sum_{i=0}^{n} \pi^+{}_{iB} * v_i .$$

Jak už bylo naznačeno výše, vedle zavedení referenčního bodu je druhým klíčovým prvkem CPT zavedení dvojice funkcí π a π^+. CPT předpokládá

$$\pi^+{}_{iA} \equiv w^+(1 - F_{iA} + p_{iA}) - w^+(1 - F_{iA}), \tag{4}$$

$$\pi^-{}_{iA} \equiv w^-(F_{iA}) - w^-(F_{iA} - p_{iA}), \tag{5}$$

kde F_{iA} je hodnota kumulativní distribuční funkce výsledku x_i v rámci vektoru $(p_{-mA}, p_{-m+1A}, ..., p_{-1A}, p_{0A}, p_{1A}, ..., p_{n-1A}, p_{nA})$. Funkce w^+ a w^- se obvykle označují jako váhové funkce (weighting function). Pro obě se předpokládá, že jsou rostoucí a že v bodě 0 mají hodnotu 0 a v bodě 1 hodnotu 1.[5]

Jako příklad výpočtu vah v CPT podle vztahů (4) a (5) můžeme zjistit váhy x_{-m} a x_n v případě dané varianty A:

$$\pi^+{}_{nA} \equiv w^+(1 - F_{nA} + p_{nA}) - w^+(1 - F_{nA}) = w^+(1 - 1 + p_{nA}) - w^+(1 - 1) = w^+(p_{nA}) - w^+(0) = w^+(p_{nA}),$$

$$\pi^-{}_{-mA} \equiv w^-(F_{-mA}) - w^-(F_{-mA} - p_{-mA}) = w^-(p_{-mA}) - w^-(p_{-mA} - p_{-mA}) = w^-(p_{-mA}) - w^-(0) = w^-(p_{-mA}).$$

Pokud má váhová funkce jako argument $1 - F_{iA} + p_{iA}$, resp. $1 - F_{iA}$, tj. celkovou pravděpodobnost (daného výsledku a) všech lepších výsledků, nazývá se někdy pro názornost „váhová funkce dobrých zpráv" (good-news weighting function).[6] Naopak váhovou funkci s argumentem v podobě $F_{iA} - p_{iA}$, resp. F_{iA}, tj. v podobě celkové pravděpodobnosti (daného výsledku a) všech horších výsledků, je možné nazývat

5 Je zřejmé, že EUT je speciálním případem CPT pro zisky, pokud w+ je identita.

6 Viz například Diecidue a Wakker (2001).

„váhovou funkcí špatných zpráv“ (bad-news weighting function). Ve vztazích (4), resp. (5) je k výpočtu π^{+}_{iA}, resp. π^{-}_{iA} použita „váhová funkce dobrých zpráv“, resp. „váhová funkce špatných zpráv“. Stejně dobře je však možné získat tytéž hodnoty π^{+}_{iA}, resp. π^{-}_{iA} i jinak – například π^{+}_{iA} počítat jako $z^{+}(F_{iA}) - z^{+}(F_{iA} - p_{iA})$, kde z^{+} je váhová funkce špatných zpráv, pro kterou platí $z^{+}(a) = 1 - w^{+}(1-a)$.

Jak vidíme, zatímco v EUT je při výpočtu celkového hodnocení dané varianty každý jednotlivý výsledek vážen jednoduše svou pravděpodobností p_i, v CPT je vážen rozdílem dvou hodnot váhové funkce – hodnotou pro F_{iA} (resp. $1 - F_{iA}$) a hodnotou pro $F_{iA} - p_{iA}$ (resp. $1 - F_{iA} + p_{iA}$). Váha výsledku v CPT tedy závisí nejen na samotné pravděpodobnosti p_i (jako v EUT), nýbrž také na hodnotě F_{iA}. Hodnota F_{iA} pochopitelně roste s pořadím i daného výsledku mezi všemi možnými výsledky. Uvedený způsob výpočtu π^{+}_{iA} a π^{-}_{iA} tedy vede k tomu, že váha výsledku v CPT je – podobně jako v EUT – dána jeho pravděpodobností a – na rozdíl od EUT – navíc i jeho pořadím. Takto zachycená závislost váhy výsledku i na jeho pořadí se v minulosti objevila ve více modelech, které jsou všechny označovány jako modely pořadově závislého rozhodování (rank-dependent decision making).[7] Označení „kumulativní“ vychází ze skutečnosti, že váha výsledku x_i je ovlivněna hodnotou F_i, tj. kumulativní pravděpodobností tohoto nebo nižšího výsledku.

Výhodou poměrně složitého výpočtu vah π^{+}_{iA} a π^{-}_{iA} podle vzorců (4) a (5) oproti prostým pravděpodobnostem používaným v EUT je skutečnost, že volbou vhodného tvaru funkcí w^{-} a w^{+} můžeme zvýšit nebo snížit váhy poměrně dobrých výsledků (vysoké pořadí i) nebo poměrně špatných výsledků (nízké pořadí i). Tím můžeme vyjádřit, že modelovaný jedinec klade při rozhodování nadproporční (oproti samotným pravděpodobnostem a EUT) důraz na některé vybrané výsledky. Je-li w^{+} například konkávní, pak čím je daný výsledek nastávající s pravděpodobností p_{iA} v rámci zisků lepší, tj. čím má vyšší pořadí i a nižší hodnotu $1 - F_{iA}$, tím je rozdíl $w^{+}(1-F_{iA}+p_{iA}) - w^{+}(1-F_{iA})$ větší. Konkávní w^{+} tedy vede k $\pi^{+}_{i} > p_i$ u zisků s lepším pořadím a k $\pi^{+}_{i} < p_i$ u zisků s horším pořadím. V případě konvexní w^{+} je relace mezi π^{+}_{i} a p_i opačná. Konkávnost w^{-} znamená $\pi^{-}_{i} > p_i$ u ztrát s horším pořadím a $\pi^{-}_{i} < p_i$ u ztrát s lepším pořadím; konvexnost w^{-} má opačné implikace.

Výpočet vah π^{+}_{iA} a π^{-}_{iA} podle vzorců (4) a (5) má také jednu výraznou výhodu oproti všem modelům, v nichž jsou transformovány přímo pravděpodobnosti výsledků nějakou funkcí $\pi(p)$. Problémem takovéto jednoduché transformace samotných pravděpodobností je totiž skutečnost, že může vést k porušením stochastické dominance – může vést k tomu, že varianta B bude vyhodnocena jako lepší než varianta A, přestože A stochasticky dominuje B (tj. pro všechna i platí $F_{iB} \geq F_{iA}$ a aspoň pro jedno i platí $F_{iB} > F_{iA}$). Přitom pokud kterákoli varianta A stochasticky dominuje jinou variantu B, je to jednoznačný signál, že A by měla být považována za lepší než B. Například předpokládejme konkávní funkci π, což vede k $\pi(p) + \pi(1-p) > 1$. Dále předpokládejme variantu A vedoucí s jistotou k výsledku x a variantu B vedoucí s pravděpodobnostmi p, resp. $1 - p$ k výsledkům x, resp. $x - \varepsilon$. Je zřejmé, že pro dostatečně malé $\varepsilon > 0$ bude B vyhodnocena jako lepší než A, přestože A stochasticky dominuje B.

7 Viz Quiggin (1982), Yaari (1987), Luce a Fishburn (1991).

Naproti tomu výpočet vah $\pi^{+}{}_{iA}$ a $\pi^{-}{}_{iA}$ podle (4) a (5) zajišťuje rozhodování v souladu se stochastickou dominancí. Předpokládejme, že varianta B je vytvořena z varianty A tak, že přesuneme pravděpodobnost d od výsledku x_j k horšímu výsledku x_i, přičemž oba výsledky jsou kladné. Takto vytvořená varianta B je stochasticky dominována variantou A. Podle CPT bude A vyhodnocena jako lepší než B právě tehdy, pokud bude rozdíl $CP(A)$-$CP(B)$ kladný. Tento rozdíl lze vyjádřit následujícím výrazem, v němž pro přehlednost vypouštíme index A:

$$v_j *w(1-F_j +p_j) - v_j *w(1-F_j) - v_j *w(1-F_j +p_j -d) + v_j *w(1-F_j) \ +$$

$$+ v_{j-1}*w(1-F_{j-1}+p_{j-1}) - v_{j-1}*w(1-F_{j-1}) - v_{j-1}*w(1-F_{j-1}+p_{j-1}-d) + v_{j-1}*w(1-F_{j-1}-d) +$$

$$+ v_{j-2}*w(1-F_{-2}+p_{j-2}) - v_{j-2}*w(1-F_{j-2}) - v_{j-2}*w(1-F_{j-2}+p_{j-2}-d) + v_{j-2}*w(1-F_{j-2}-d) +$$

$$\ldots$$

$$+ v_{i+1}*w(1-F_{i+1}+p_{i+1}) - v_{i+1}*w(1-F_{i+1}) - v_{i+1}*w(1-F_{i+1}+p_{i+1}-d) + v_{i+1}*w(1-F_{i+1}-d) +$$

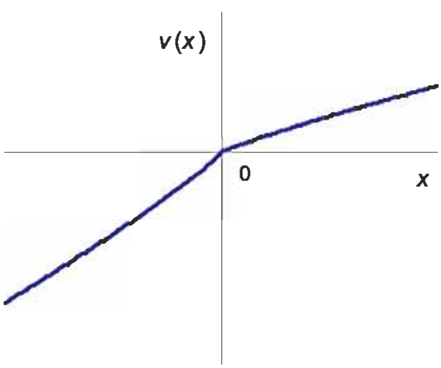
$$+ v_i *w(1-F_i+p_i) \ - v_i *w(1-F_i) - v_i *w(1-F_i+p_i) \ \ + v_i *w(1-F_i-d).$$

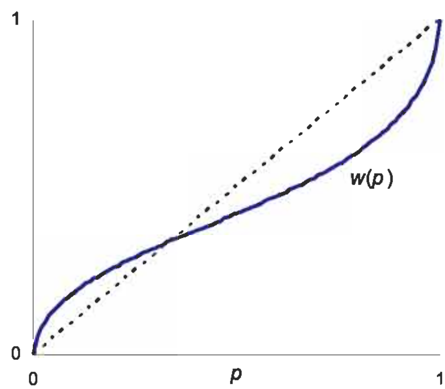
Tento výraz lze zjednodušit na součet

$$(v_j-v_{j-1})*[w(1-F_{j-1}) - w(1-F_{j-1}-d)] + (v_{j-1}-v_{j-2})*[w(1-F_{j-2}) - w(1-F_{j-2}-d)] + \ldots$$

$$\ldots + (v_{i+1}-v_i)*[w(1-F_i) - w(1-F_i-d)],$$

v němž je každý sčítanec kladný, takže i rozdíl $CP(A)$-$CP(B)$ je kladný.





Na základě získaných empirických dat Tversky a Kahneman (1992) zjistili základní charakteristiky hodnotové funkce v a obou váhových funkcí w^{+} a w^{-}.[8] U funkce v jejich data naznačila tzv. averzi k riziku: pokud se budeme vzdalovat od referenčního bodu, „záporné“ rameno hodnotové funkce se od vodorovné osy bude odchylovat rychleji (více než dvakrát rychleji) než „kladné“ rameno.

8 Výsledkem bylo převážně potvrzení nebo jen nevelké úpravy charakteristik odpovídajících funkcí vystupujících již v původní prospect theory z roku 1979.

Z hlediska vysvětlení chování ve čtyřech podobách je však významnější zjištění, že hodnotová funkce je mírně konkávní pro zisky a mírně konvexní pro ztráty. Nárůst výsledku o jednotku má tedy na hodnotu funkce v tím menší dopad, čím je tento výsledek dále od referenčního bodu x_0. Tento efekt bývá interpretován jako klesající citlivost k výsledkům. Konkávnost kladného ramene v a konvexnost jejího záporného ramene implikuje, že samotná funkce v napomáhá v rámci CPT averzi k riziku pro zisky a zálibě v riziku pro ztráty.

Jakási „klesající citlivost při pohybu směrem pryč od referenčního bodu“ se projevila i ve tvaru funkcí w^+ a w^-. Přirozenými referenčními body v oblasti pravděpodobností jsou krajní hodnoty pravděpodobnostní škály, tj. hodnoty 0 a 1. Tversky a Kahneman (1992) zjistili, že budeme-li se vzdalovat po vodorovné ose od bodů 0 a 1 směrem dovnitř intervalu (0, 1), mění funkce w^+ a w^- hodnotu nejprve rychle, ve střední části intervalu však výrazně pomaleji. Obě funkce jsou tedy blízko 0 konkávní a blízko 1 konvexní.[9] Zjištěný tvar funkcí v a w (tvary w^+ a w^- jsou si navzájem velice podobné) ilustruje levá, resp. pravá část grafu 1.

Graf 1
Hodnotová funkce *v* a váhová funkce *w* (*w*$^+$ nebo *w*$^-$)

Právě tyto pozorované konkrétní tvary dokáží vysvětlit chování ve čtyřech podobách. Pokud je pravděpodobnost extrémnějšího zisku nebo ztráty střední nebo vysoká, tvar funkcí w^+ a w^- vede stejně jako tvar funkce v k averzi k riziku u zisků a k zálibě v riziku u ztrát. Pokud je pravděpodobnost extrémnějšího výsledku malá, tvar funkcí w^+ a w^- vede k opačnému vztahu k riziku než tvar funkce v: zatímco u zisků napomáhá v i nadále averzi k riziku, tvar w^+ napomáhá zálibě v riziku; u ztrát napomáhá tvar v zálibě v riziku, zatímco tvar w^- napomáhá naopak averzi k riziku. K vysvětlení chování ve čtyřech podobách pak už stačí dodat pouze předpoklad, že u malých pravděpodobností, tj. tam, kde jsou implikace tvaru v a w^+, resp. w^- opačné, je transformace pravděpodobností skrze funkce w^+ a w^- silnější než transformace výsledků skrze funkci v.

CPT dokáže vysvětlit také efekt společného výsledku a efekt společného poměru. Ukážeme vysvětlení prvního z obou efektů ve výše prezentované verzi z článku Kahneman a Tversky (1979). Označme zisky 2400 šekelů a 2500 šekelů jako x_1 a x_2. Je-li A lepší než B, znamená to

$$CP(A) \equiv [w^+(1\text{-}F_1+p_1) - w^+(1\text{-}F_1)]*v_1 = [w^+(1\text{-}1+1) - w^+(1\text{-}1)]*v_1 = v_1 >$$

$$> CP(B) \equiv [w^+(1\text{-}F_1+p_1) - w^+(1\text{-}F_1)]*v_1 + [w^+(1\text{-}F_2+p_2) - w^+(1\text{-}F_2)]*v_2 =$$

$$= [w^+(1\text{-}0{,}67+0{,}66) - w^+(1\text{-}0{,}67)]*v_1 + [w^+(1\text{-}1+0{,}33) - w^+(1\text{-}1)]*v_2 =$$

$$= [w^+(0{,}99) - w^+(0{,}33)]*v_1 + w^+(0{,}33)v_2,$$

a tedy

$$v_1 >[w^+(0{,}99) - w^+(0{,}33)]*v_1 + w^+(0{,}33)v_2,$$

$$[1 - w^+(0{,}99) + w^+(0{,}33)]*v_1 > w^+(0{,}33)v_2.$$

9 K podobnému tvaru w docházejí také další studie, nejnověji Abdellaoui, Vossman a Weber (2005).

Je-li naproti tomu D lepší než C, znamená to, že

$$CP(D) \equiv [w^{+}(1-F_2+p_2) - w^{+}(1-F_2)]*v_2 = [w^{+}(1-1+0,33) - w^{+}(1-1)]*v_2 = w^{+}(0,33)*v_2 >$$

$$> CP(C) \equiv [w^{+}(1-F_1+p_1) - w^{+}(1-F_1)]*v_1 = w^{+}(1-1+0,34)*v_1 = w^{+}(0,34)*v_1\,,$$

a tedy

$$w^{+}(0,33)*v_2 > w^{+}(0,34)*v_1.$$

Celkově tak dostáváme

$$[1 - w^{+}(0,99) + w^{+}(0,33)]*v_1 > w^{+}(0,34)*v_1,$$

$$1 - w^{+}(0,99) > w^{+}(0,34) - w^{+}(0,33),$$

což je zcela v souladu s tvarem w^+ tak, jak jej předpokládá CPT. Podobně lze v rámci CPT vysvětlit také efekt společného poměru.

Závěr

Jak jsme viděli, CPT dokáže na rozdíl od EUT vysvětlit efekt společného výsledku, efekt společného poměru i chování ve čtyřech podobách. V posledních desetiletích se objevila řada dalších modelů, které se pokoušejí vysvětlit různá empirická zpochybnění EUT: teorie lítosti (regret theory; Loomes a Sugden, 1982), zobecněná EUT (generalised EUT; Machina, 1982), teorie zklamání (disappointment theory; Gul, 1991), modely RAM a TAX (Birnbaum a Chavez, 1997) aj. Podrobnější přehled podávají například Camerer (1995), Starmer (2000) a Wu, Zhang a Gonzales (2005). Právě CPT se zdá mezi těmito kandidáty na budoucí hlavní model rozhodování v ekonomii prozatím nejslibnější: její aparát je na jedné straně dostatečně bohatý na to, aby vysvětlil většinu existujících pozorování týkajících se rozhodování jednotlivce za rizika, na druhé straně však není tak složitý, aby to bránilo jeho využití jako stavebního kamene pro budování ekonomických modelů.

Naproti tomu existují pozorování, která pomocí CPT vysvětlit nelze. Patří sem například potvrzené případy porušení stochastické dominance (například Loomes, Starmer a Sugden, 1992) které bylo možné vysvětlit v rámci původní prospect theory, nikoli však již v rámci CPT. Původní prospect theory totiž sice pracovala s velmi podobnými tvary hodnotové a váhové funkce, váhová funkce se však vztahovala přímo na samotné pravděpodobnosti výsledků, nikoli na jejich kumulace (takto vzniklé riziko porušení stochastické dominance bylo v původní prospect theory omezeno předpokladem úvodní, tzv. editační fáze rozhodování, během níž rozhodující se jedinec mj. vyloučí z dalších úvah všechny zřetelně stochasticky dominované varianty).

Dalším příkladem empirie, která zůstává v rámci CPT nevysvětlena, jsou pozorované tzv. dělící efekty (splitting effects, viz např. Birnbaum, 2004): daná možná budoucí událost jako celek má v lidském rozhodování vyšší váhu v případě, že tuto událost při popisu úlohy rozdělíme do dvou nebo více subudálostí. Nepříliš veselé, avšak zřejmě realistické zhodnocení celkové situace vyslovil Starmer (2000, s. 360): „Posouzení širšího okruhu experimentálních pozorování (...) naznačuje, že jsme stále velice daleko od uspokojivé obecné teorie chování za rizika.“ Za takového stavu věcí je více než pravděpodobné, že EUT si přinejmenším ještě nějaký čas podrží pozici ústředního ekonomického modelu rozhodování.

Literatura

Abdellaoui, M., Vossman, F., Weber, M. Choice-based elicitation and decomposition of decision weights for gains and losses under uncertainty. *Management Science*, 2005, vol. 51, no. 9, s. 1384–1399.

Allais, M. Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'ecole americaine. *Econometrica*, 1953, vol. 21, s. 503–546.

Allais, M., Hagen, O. (eds.). *Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox*. Dordrecht : D. Reidel, 1979.

Becker, G. M., DeGroot, M. H., Marshak, J. Measuring utility by a single-response sequential method. *Behavioral Science*, 1964, vol. 9, s. 226–232.

Bernoulli, D. Specimen theoriae novae de mensura sortis. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 1738, vol. 5, s. 175–192. Angl. překlad: Exposition of a new theory on the measurement of risk. *Econometrica*, 1954, vol. 22, s. 23–36.

Birnbaum, M. H., Chavez, A. Tests of theories of decision making: violations of branch independence and distribution independence. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 1997, vol. 71, no. 2, s. 161–194.

Birnbaum, M. H. Tests of rank-dependent utility and cumulative prospect theory in gambles represented by natural frequencies: Effects of format, event framing, and branch splitting. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 2004, vol. 95, s. 40–65.

Bosch-Domènech, A., Silvestre, J. Reflections on gains and losses: a 2x2x7 experiment [WP no. 640]. Laboratori d'economia experimental, Universitat Pompeu Fabra, 2005.

Camerer, C. Individual decision making. In **Kagel, J., Roth, A. E. (eds.).** *Handbook of Experimental Economics*. Princeton : Princeton University Press, 1995.

Cohen, M., Jaffray, J., Said, T. Experimental comparisons of individual behavior under risk and under uncertainty for gains and for losses. *Organizational Behavior and Human Decision Performance*, 1987, vol. 39, s. 1–22.

Cubitt, R. P., Starmer, C., Sugden, R. Dynamic choice and the common ratio effect: an experimental investigation. *Economic Journal*, 1998, vol. 108 (September), s. 1362–1380.

Diecidue, E., Wakker, P. P. On the intuition of rank-dependent utility. *Journal of Risk and Uncertainty*, 2001, vol. 23, s. 281–298.

Gul, F. A theory of disappointment in decision making under uncertainty. *Econometrica*, 1991, vol. 59, s. 667–686.

Jensen, N. E. An introduction to Bernoullian utility theory, I: utility functions. *Swedish Journal of Economics*, 1967, vol. 69, s. 163–83.

Kahneman, D., Tversky, A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 2, s. 263–291.

Knight, F. H. *Risk, Uncertainty, and Profit*. Boston (MA) : Houghton Mifflin, 1921.

Loomes, G., Starmer, C., Sugden, R. Are preferences monotonic? Testing some predictions of regret theory. *Economica*, 1992, vol. 59, s. 17–33.

Loomes, G., Sugden, R. Regret theory: an alternative theory of rational choice under uncertainty. *Economic Journal*, 1982, vol. 92, s. 805–825.

Luce, R. D., Fishburn, P. C. Rank and sign-dependent linear utility models for finite first-order gambles. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1991, vol. 4, s. 29–59.

Machina, M. J. Expected utility analysis without the independence axiom. *Econometrica*, 1982, vol. 50, s. 277–323.

von Neumann, J., Morgenstern, O. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton : Princeton University Press, 1944.

Quiggin, J. A theory of anticipated utility. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1982, vol. 3, s. 323–43.

Rabin, M. Risk aversion and expected-utility theory: A calibration theorem. *Econometrica*, 2000, vol. 68, no. 5, s. 1281–1292.

DOUBTS ABOUT THE DESCRIPTIVE VALIDITY OF THE EXPECTED UTILITY THEORY

Michal Skořepa, Czech National Bank, Na Příkopě 28, CZ – 115 03 Praha 1; Institute of Economic Studies, Faculty of Social Sciences, Charles University, Opletalova 26, CZ – 110 00 Praha 1 (m.sko@seznam.cz)

Skořepa, M. Daniel Kahneman a psychologické základy ekonomie. *Politická ekonomie*, 2004, roč. 52, č. 2, s. 247–255.

Skořepa, M. *Rozhodování jednotlivce: teorie a skutečnost. Obecná část*. Praha : Karolinum 2005.

Starmer, C. Testing new theories of choice under uncertainty using the common consequence effect. *Review of Economic Studies*, 1992, vol. 59, s. 813–830.

Starmer, C. Developments in non-expected utility theory: the hunt for a descriptive theory of choice under risk. *Journal of Economic Literature*, 2000, vol. 38, s. 332–382.

Tversky, A., Kahneman, D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 1992, vol. 5, s. 297–323.

Wu, G., Zhang, J., Gonzales, R. Decision under risk. In **Koehler, D. J., Harvey, N. (eds.).** *Blackwell Handbook of Judgment and Decision Making*. Oxford: Blackwell, 2004.

Yaari, M. E. The dual theory of choice under risk. *Econometrica*, 1987, vol. 55, s. 95–115.