

ANALÝZA STÁTNÍCH DLUHOPIŠŮ JAKO INDIKÁTORU PRO AKCIOVÝ TRH

Marika Křepelová, Josef Jablonský, Vysoká škola ekonomická v Praze*

1. Úvod

Obtížnost odhadnout budoucí výnosy na finančních trzích byla a stále je předmětem mnoha odborných studií. Snahou těchto studií je vytvořit ideální portfolio z finančních aktiv tak, aby portfolio mělo minimální, nebo pokud možno nulové, riziko ztráty. V ekonometrických výzkumech se nejvíc objevuje použití jednorozměrného nebo vícerozměrného modelu obecně podmíněné autoregresivní heteroskedasticity (GARCH model), který byl vytvořen Englem (1982) a Bollerslavem (1986). Ačkoliv GARCH modely jsou stále široce používány, jejich velkým nedostatkem je předpoklad fixní úrovně kovariantního procesu po celé sledované období. Tento nedostatek zkoumal Hamilton (1994), který navrhnul model se dvěma nebo více režimy.

Důležitost uvažování více režimů plyne z toho, že jsou na finančních trzích často pozorovatelné jisté trendy. Jestliže je tento trend klesající po delší časový úsek, potom se tomuto období říká medvědí trh. Naopak, jestliže je tento trend dlouhodoběji vzrůstající, je tato perioda nazývána býčí trh. Přesná definice, kdy se trh již nachází ve fázi býčí nebo medvědí, není daná. Například jedna z definic, kterou používá finanční skupina Vaguard Group tvrdí: „Jelikož zde není dohoda o jednotné definici medvědího trhu, může být obecně akceptováno měřítko, kdy cena klesá o 20 % nebo více po období nejméně dvou měsíců.“ (The Vanguard Group, 2012)

V minulosti byla publikována celá řada studií, které se zabývají modely s proměnnými režimy ve finančních časových řadách. Například Hamilton a Lin (1996) napsali článek zkoumající hospodářský cyklus a burzovní indexy. Gordon a St-Amour (2000) použili dvourozměrný model režimů pro výnosy akcií. Guidolin a Timmermann (2005) zkoumali souvislost mezi akciovými indexy a státními dluhopisy Velké Británie.

Tato práce se zaměřuje především na český finanční trh. Jako vstupní data pro analýzu uvažuje dvě časové řady – časovou řadu burzovního indexu PX50 a časovou řadu desetiletého státního dluhopisu. Po úvodu do problematiky přináší druhá kapitola teoretický úvod práce. Aby bylo možné analyzovat chování českého trhu, jsou porovnány dané výsledky s americkým finančním trhem. Zde je uvažován burzovní index S&P500 a také desetiletý státní dluhopis. Ve všech časových řadách se pracuje se třemi základními režimy – režim normálního trhu, režim býčího trhu a režim medvědího trhu. Identifikace jednotlivých režimů je provedena přes směrodatnou odchylku a průměr normálního období. Perioda je nazvána býčí, jestliže je její průměr

* Článek vznikl v rámci projektů P402/12/G097 „DYME – Dynamic Models in Economics“ a IGA F4/1/2012

větší než dvě směrodatné odchylky od průměru normálního období. A naopak perioda je nazvána medvědí, jestliže je její průměr menší než dvě směrodatné odchylky od průměru normálního období. Tyto parametry jsou nalezeny pomocí E-M (Expectation-Maximization) algoritmu, který popsal Dempster a kol. (1977). Aby bylo možné následně sestavit pravděpodobnostní matici přechodu z jednoho režimu do druhého, je použit F-B (Forward-Backward) algoritmus. Všechny použité modely a data jsou prezentovány ve třetí kapitole. Čtvrtá kapitola sumarizuje výsledky práce a pátá kapitola obsahuje diskusi a závěr.

2. Teoretická východiska

2.1 Volatilita

Důležitým pojmem při analýzách výnosnosti a rizikovosti aktiv je volatilita. Jestliže se nějaký subjekt účastní finančního trhu například koupí daného aktiva, potom má jistě zájem z tohoto aktiva profitovat. Obecně však samozřejmě nelze určit, zda aktuální cena aktiva bude v budoucnu větší či nikoliv. Výnosy jsou tedy nejisté. Proto se snažíme zachytit a popsat chování ceny a jejích pohybů statistickými nástroji. Na základě znalosti distribuční funkce (nejčastěji normální rozdělení) lze odvodit očekávanou hodnotu aktiva, její rozptyl a směrodatnou odchylku. Ve finanční teorii je právě tato směrodatná odchylka označována jako volatilita. Běžně je volatilita spojována se slovem riziko (nebo také tržní riziko). Větší volatilita znamená větší riziko. Tento výrok má samozřejmě své limity, ale v této práci je nebudeme uvažovat, jelikož se nezaměřujeme na jednotlivá konkrétní aktiva, ale na aktiva obecně.

2.2 Porovnání volatility státního dluhopisu a burzovního indexu

Obecně se dá konstatovat, že vyšší volatilitu v porovnání se státními dluhopisy mají burzovní indexy. Zdůvodnění tohoto faktu je poměrně jednoduché. Budeme-li uvažovat aktiva na sekundárním trhu, lze dospět k následující myšlence. Když investor kupuje akcie, vsází se vlastně s prodávajícím. Od tohoto aktu očekává, že akcie budou mít v budoucnosti vyšší hodnotu, než jakou mají dnes. Naopak je tomu ze strany prodávajícího. Podle studií chování akcionářů na sekundárním trhu je zhruba 90 % hráčů, kteří se chovají davově a nemají hlubší znalosti, a jen 10 % spekulantů. Státní dluhopisy jsou považovány za nejvíce „bezrizikové“. Dluhopis má příslibenou částku, která bude vyplacena k určitému datu v budoucnosti, a má danou úrokovou míru či kupón. Avšak každé dlouhodobé aktivum podléhá nějakému typu rizika. U státního dluhopisu se bere v úvahu pouze cenové riziko, že v budoucnu ztratí částečně svojí hodnotu. Ztráta hodnoty může být například způsobena inflací, jestliže je kupón fixován. Jiným důvodem může být, že vzroste úroková míra. Nové dluhopisy potom mají vyšší úrokovou míru a starší dluhopisy s nižší úrokovou mírou se stávají být nechtěnými a jejich cena klesá. Obecně platí, čím delší je doba splatnosti dluhopisu, tím je i jeho volatilita vyšší.

Odpovědí na otázku, proč se tedy investoři nezaměřují spíše na méně rizikové dluhopisy a nezařazují do svého portfolia jen je, je šance na vyšší výnos. Obecně jsou akciové výnosy daleko větší a v investičním portfoliu, které je uvažováno na časové období více než 5 let, se ukazují jako méně rizikové než dluhopisy (Estrada, 2012).

2.3 Dluhopisový trh jako indikátor akciového trhu

V mnoha publikacích byl analyzován vztah mezi dluhopisovým a akciovým trhem. Dluhopisový trh má historii dávat signály dopředu, a proto by měl být používán jako hlavní indikátor akciového trhu. Tento vztah má následující charakteristiky (Murphy, 2004):

- Trend cen dluhopisů je obvykle ve stejném směru jako trend cen akcií.
- Zvýšení úrokových sazeb a tedy snížení cen dluhopisů má obvykle negativní vliv na ceny akcií.
- Snížení úrokových sazeb a tedy zvýšení cen dluhopisů má obvykle pozitivní vliv na ceny akcií.
- V případě deflace ceny dluhopisů rostou a ceny akcií padají.

Z uvedených charakteristik je patrné, že hlavní pojítka mezi dluhopisy a akciemi je úroková míra. Jelikož cena dluhopisu závisí na úrokové míře, změna úrokové míry se okamžitě promítne do ceny dluhopisu. Propojení mezi úrokovou mírou a akciemi je o něco složitější a není přímé. Snížení úrokové míry podporuje investice firem, avšak znevýhodňuje investory držící dluhopisy. Pokud investor uvažuje racionálně, přesouvá svá aktiva do akcií. Cena akcie tak roste nejen díky vyšší poptávce, ale také díky novým inovacím firmy přicházející s kapitálem. Změna úrokové míry se tedy promítne nepřímě do ceny akcie a s jistým zpožděním. Z odvozené teorie je tedy možné pozorovat pohyby ve stejném směru mezi cenou dluhopisu a akcií, avšak u akcií s jistým zpožděním.

Další možné propojení mezi akciemi a dluhopisy je jejich vzájemná konvertibilita. Investor přistupuje ke svému portfoliu zodpovědně, v okamžiku, kdy rizikovost akcií stoupá, investor přesouvá své peněžní prostředky do konzervativnějších dluhopisů. V tomto případě cena akcií jde v opačném směru než cena dluhopisů a není zde žádné zpoždění.

Uvedené vlastnosti je možné demonstrovat na historických datech. V dubnu 1987 cena amerických státních dluhopisů rapidně spadla, ale burzovní index Down Jones Index (DJI) stále rostl až do října, kdy dramaticky klesal a státní dluhopisy již v tuto dobu zase rostly. Jiný případ ukazují americké státní dluhopisy a burzovní index DJI v období 1989-1990. Vrchol státních dluhopisů předznamenává pozdější pád i na akciových trzích. Je zde vidět i měsíční zpoždění, které se na trzích projevuje.

2.4 Modelování volatility

V úvodní části článku jsme se zmínili o vybraných metodách modelování volatility. Jeden ze způsobů je užití GARCH modelů. Tato skupina modelů umožňuje zachytit časově se měnící podmíněnou volatilitu ve finančních časových řadách a přizpůsobuje se uvažovaným nesymetrickým šokům, které jsou zaviněny pákovým efektem. Pákový efekt odráží skutečnost, že pozitivní informace má jiný vliv na volatilitu než negativní informace. Ačkoliv mnoho studií, používající tyto metody, je úspěšných, je důležité naznačit, že ignorují dynamický podmíněný průměr. Hamilton a Susmel (1994) popsali volatilitu ve třech režimech: mírná volatilita, střední a vysoká volatilita. Pro své potřeby použili Markov-Switching (M-S) model, někdy také známý jako Hidden Markov Model. Tento model je běžně schopen popsat charakteristiky finančních časových řad, ačkoliv jejich nepodmíněné distribuční rozdělení je zešíkmené. V práci (McLachlan a Peel, 2000) bylo prokázáno, že tyto modely dávají dobré výsledky, jestliže každý režim je jiný. Křepelová (2011) demonstrovala pomocí ICSS (Iterative Cumulative Sum of Squares), že finanční časové řady burzovních indexů PX50 i S&P500 mají strukturální zlomy. To znamená, že je třeba tuto skutečnost vzít v úvahu a použít dynamický Markovův model. Tento přístup, který budeme aplikovat v dalších oddílech, umožňuje odhalit medvědí, normální a býčí úseky finančních časových řad.

3. Východiska pro empirickou analýzu

3.1 Použitá data

Empirická analýza byla prováděna na reálných datech, které jsme pro desetiletý státní dluhopis České republiky získali z www.cnb.cz a pro dluhopis Spojených států ze stránek www.treasury.gov. Výnosy z dlouhodobých státních dluhopisů jsou výnosy do splatnosti na sekundárním trhu, před zdaněním, se zbytkovou splatností 10 let. Data jsou měsíčními průměry výnosů dluhopisů od ledna 2002 až do února 2012. Aby bylo možné porovnat časové řady dluhopisů a akcií (PX50 a S&P500), uvažovali jsme i u akcií měsíční průměry cen. Datové údaje pro akcie byly převzaty z portálu www.patria.cz (PX50) a yahoo.finance.com (S&P500). Veškeré časové řady byly transformovány na logaritmy výnosů v období pomocí následujících vztahů:

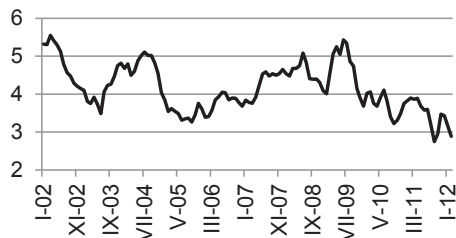
$$\begin{aligned} \text{výnos}_t^* &= \log \left(\frac{\text{cena}_t}{\text{cena}_{t-1}} \right), \\ \text{resp. výnos do splatnosti}_t^* &= \log \left(\frac{\text{výnos do splatnosti}_t}{\text{výnos do splatnosti}_{t-1}} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Daleko přesnější analýza by byla provedena použitím cen dluhopisů na sekundárním trhu. Jelikož však časové řady cen dluhopisů nejsou veřejně přístupné, využíváme výnos do splatnosti. Když bereme v úvahu, že relativní změna ceny dluhopisu v %, vyvolaná procentní změnou výnosu do splatnosti, je negativní a je rovná Macauleho

duraci (s negativním znaménkem), lze cenu dluhopisu nahradit jejím výnosem do splatnosti. V tomto případě však kladný pohyb výnosu do splatnosti dluhopisu má předurčovat negativní pohyb ceny akcie. Obě časové řady pro případ České republiky jsou znázorněny na grafech 1 a 2. Grafy 3 a 4 zobrazují řadu logaritmu výnosů získanou podle (1). Z těchto grafů můžeme vyčíst, že index PX50 je v bodovém vyjádření, kdežto státní dluhopisy jsou v procentech výnosu. Po úpravě dat jsou obě časové řady bezrozměrné. Jak je možné očekávat, pro hodnoty burzovního indexu PX50 jsou dosahovány vyšší hodnoty než pro státní dluhopisy. To je v souladu s hypotézou, že dluhopisy jsou méně riskantní než akcie. Analogicky grafům 1 až 4 jsou v grafech 5 až 8 znázorněny tytéž údaje pro dluhopisy a akcie Spojených států.

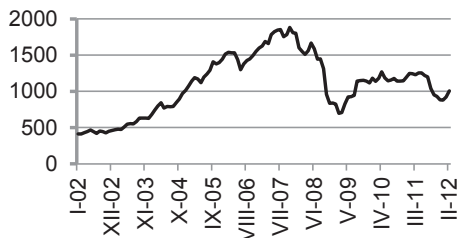
U grafické analýzy dluhopisových výnosů České republiky a Spojených států můžeme pozorovat podobné trendy. Například v roce 2002 je tento trend klesající. Americký dluhopis poté má spíše růstovou tendenci až do roku 2007, kdy jej finanční krize srazila dolů. V případě České republiky není trend tak stálý. Trend byl stoupající až do druhé poloviny roku 2004, kdy se změnil v klesající až do první poloviny roku 2005. Za touto změnou je především inflace. Na konci roku 2003 byla inflace v České republice téměř nulová. Do konce roku 2004 však inflace stoupla až téměř na 3 % a tím srazila dluhopisový výnos.

Graf 1
Výnosy do splatnosti desetiletého státního dluhopisu ČR



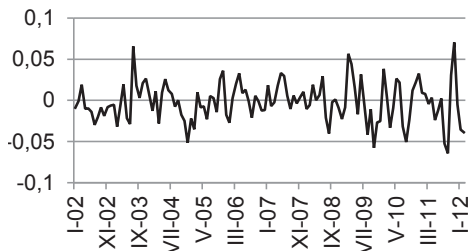
Zdroj: <http://www.cnb.cz>

Graf 2
Hodnoty indexu PX50



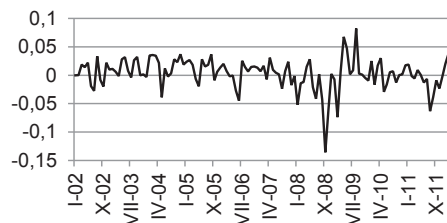
Zdroj: <http://www.patria.cz>

Graf 3
Logaritmus výnosy do splatnosti desetiletého státního dluhopisu ČR



Zdroj: vlastní výpočet

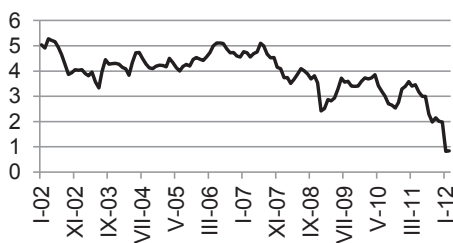
Graf 4
Logaritmus výnosů burzovního indexu PX



Zdroj: vlastní výpočet

Graf 5

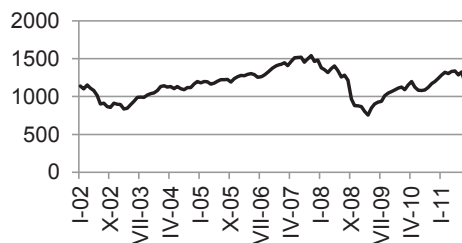
Výnosy do splatnosti desetiletého státního dluhopisu Spojených států



Zdroj: <http://www.treasury.gov> + vlastní výpočet

Graf 6

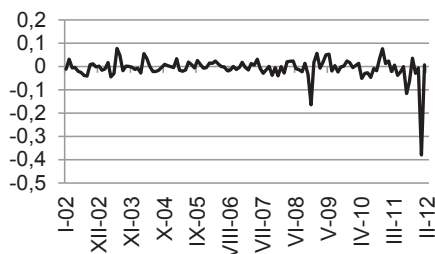
Hodnota indexu S&P500



Zdroj: <http://finance.yahoo.com> + vlastní výpočet

Graf 7

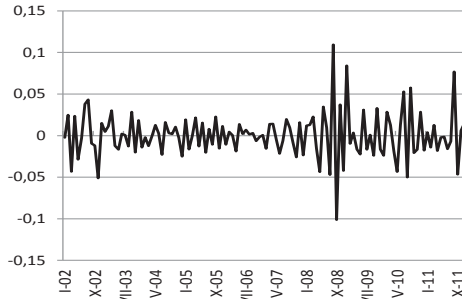
Logaritmus výnosů do splatnosti desetiletého státního dluhopisu Spojených států



Zdroj: vlastní výpočet

Graf 8

Logaritmus výnosů burzovního indexu S&P500



Zdroj: vlastní výpočet

Při porovnání burzovních indexů České republiky a Spojených států můžeme pozorovat, že index PX má větší variační rozpětí – od 500 po téměř 2000. Index S&P500 měl v tom samém období minimální hodnotu 757,7 a maximální hodnotu 1539,7. Rozpětí je zde tedy podstatně nižší. Obě časové řady zachycují velmi podobné trendy. Růstová fáze je až do roku 2007 a pak strmý pokles v důsledku celosvětové finanční krize, který je poté následovaný pozvolným růstem.

Markovův model a odhad jeho parametřů

Při analýze vztahu mezi výnosy státních dluhopisů a akcií na obou zmíněných trzích jsme použili Markovův model se třemi stádii:

$$r_t | s_t \sim N(\mu_{s_t}, \sigma_{s_t}^2), \quad (2)$$

$$p_{ij} = P(s_t = j | s_{t-1} = i), \quad (3)$$

kde r_t je výnos v období t , s_t je stav systému (režim trhu), který může nabývat jedné ze tří možností: $s_t = 1$ popisuje normální režim, $s_t = 2$ indikuje býččí režim a $s_t = 3$

režim medvědí. Jelikož jsme v úvodu použili definici býčího a medvědího režimu jako období, po které cena klesá v nejméně dvou obdobích o 20 %, budeme předpokládat, že pro střední hodnoty výnosů býčího režimu μ_2 a medvědího režimu μ_3 platí následující relace: $\mu_2 \geq \mu_1 + 2\sigma_1^2$ a $\mu_3 \leq \mu_1 - 2\sigma_1^2$. To znamená, že střední hodnota býčího i medvědího režimu musí být větší (resp. menší) než střední hodnota normálního režimu zvýšená (resp. snižená) o dvě směrodatné odchylky. \mathbf{P} je matice pravděpodobností přechodu mezi stavy systému mezi dvěma po sobě následujícími obdobími. Pro úplnost uvádíme, že Markovův model prvního řádu předpokládá, že budoucí hodnota je závislá pouze na hodnotě přítomné nikoliv na hodnotách minulých, neboli platí:

$$P(X_{t+1}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_0) = P(X_{t+1}|X_t) \quad (4)$$

Uvedené stavy systému (režimy trhu) nejsou přímo indikovány. To znamená, že sice můžeme pozorovat výnosy dluhopisů a akcií, ale nemůžeme říci, v jakém stádiu se trh právě nachází.

Pro odhad středních hodnot a směrodatných odchylek μ_{s_t} a $\sigma_{s_t}^2$ jsme použili EM algoritmus, který pracuje ve dvou krocích – E (estimation) a M (maximization). Pro získání matice pravděpodobností přechodu \mathbf{P} jsme použili algoritmus známý jaký jako Baum-Welch nebo také forward-backward algoritmus. S oběma se lze podrobněji seznámit například v knize (Bilmes, 1998) a lze je popsat pomocí následujících vztahů (5) a (6).

$$\mu_{s_t}^{new} = \frac{\sum_{i=1}^M x_i p(s_t|x_i, \theta^g)}{\sum_{i=1}^M p(s_t|x_i, \theta^g)}, \quad (5)$$

$$\sum_{s_t}^{new} = \frac{\sum_{i=1}^M p(s_t|x_i, \theta^g) (x_i - \mu_{s_t}^{new})(x_i - \mu_{s_t}^{new})^T}{\sum_{i=1}^M p(s_t|x_i, \theta^g)} \quad (6)$$

kde M je počet pozorování, x_l je hodnota l -tého pozorování a $p(s_t|x_l, \theta^g)$ je hustota pravděpodobnosti funkce normálního rozdělení pro pozorování x_l a odhady parametrů $\mu_{s_t}^{new}$ a $\sum_{s_t}^{new}$ v g -té iteraci.

Parametry popisující Markovův model jsou $\lambda = (\mathbf{P}, \mathbf{B}, \pi_j)$, kde \mathbf{P} je matice pravděpodobnosti přechodů s prvky p_{ij} definovaných vztahem (3). \mathbf{B} je matice s prvky $b_j(r_t)$, které udávají pravděpodobnost, že trh je v čase t v režimu j . Protože předpokládáme, že pravděpodobnostní rozdělení pozorovaných dat je smíšené tří (nebo obecně N) normálních rozdělení s parametry $b_j(r_t)$ a může být zapsáno jako

$$b_j(r_t) = \sum_{l=1}^M c_{jl} N(r_t | \mu_{jl}, \sigma_{jl}^2), \quad (7)$$

$$1 \leq j \leq N, 1 \leq l \leq M,$$

kde c_{jl} je váha l -tého pozorování a $N(r_t | \mu_{jl}, \sigma_{jl}^2)$ je hustota pravděpodobnosti více-rozměrného normálního rozdělení s průměrem μ_{jl} a rozptylem σ_{jl}^2 . Parametr π_i , který udává pravděpodobnost, že počáteční režim je $s_1 = i$, lze zapsat také následovně:

$$\pi_i = p(s_1 = i), \quad (8)$$

$$1 \leq i \leq N, \sum_{i=1}^N \pi_i = 1.$$

Počáteční pravděpodobnost lze nastavit v algoritmu rovnocenně, tj. $\pi_1 = \pi_1 = \dots = \pi_N$, Aby bylo možné použít EM algoritmus, je třeba nejprve definovat forward vektor $\alpha_i(t)$ a backward vektor $\beta_i(t)$. Jejich definice jsou následující:

$$\alpha_i(1) = \pi_i b_j(r_1), \text{ kde } \sum_{i=1}^N \alpha_i(1) = 1,$$

$$\alpha_i(t+1) = \sum_{j=1}^N \alpha_j(t) p_{ij} b_j(r_{t+1}), \text{ kde } \sum_{i=1}^N \alpha_i(t+1) = 1, \quad (9)$$

$$\beta_i(T) = 1 \quad \text{kde } T \text{ je poslední pozorování,}$$

$$\beta_i(t) = \sum_{j=1}^N p_{ij} b_j(r_{t+1}) \beta_j(t+1), \quad \text{kde } \sum_{i=1}^N \beta_i(t) = 1. \quad (10)$$

π_1 je vypočteno podle (8), $b_j(r_t)$ podle (7) a p_{ij} vztahem (3).

Pravděpodobnost, že se výnos r_t se nachází v čase t v režimu i pro je $y_i(t)$ a pravděpodobnost, že se výnos r_t nachází v čase t v režimu i a v čase $(t+1)$ v režimu j je $\xi_{ij}(t)$. Obě dvě zmíněné pravděpodobnosti lze vypočítat jako

$$\gamma_i(t) = \frac{\alpha_i(t) \beta_i(t)}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j(t) \beta_j(t)}, \quad (11)$$

$$\xi_{ij}(t) = \frac{\alpha_i(t) p_{ij} b_j(r_{t+1}) \beta_j(t+1)}{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \alpha_i(t) p_{ij} b_j(r_{t+1}) \beta_j(t+1)} \quad (12)$$

Pokud již budeme mít k dispozici pravděpodobnosti $y_i(t)$ a $\xi_{ij}(t)$, můžeme odhadnout nové parametry π_i a matici pravděpodobnosti přechodů \mathbf{P} . Tyto odhady jsou vyjádřeny rovnicemi (13) a (14).

$$\hat{\pi}_i = \gamma_i(1), \quad (13)$$

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_{ij}(t)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_i(t)}. \quad (14)$$

Lze odhadnout i nové parametry $b_j(r_t)$, ale jelikož jsme již získali odhady μ_{s_t} a $\sigma_{s_t}^2$ pomocí (5) a (6) z algoritmu EM, budeme uvažovat $b_j(r_t)$ jako fixní.

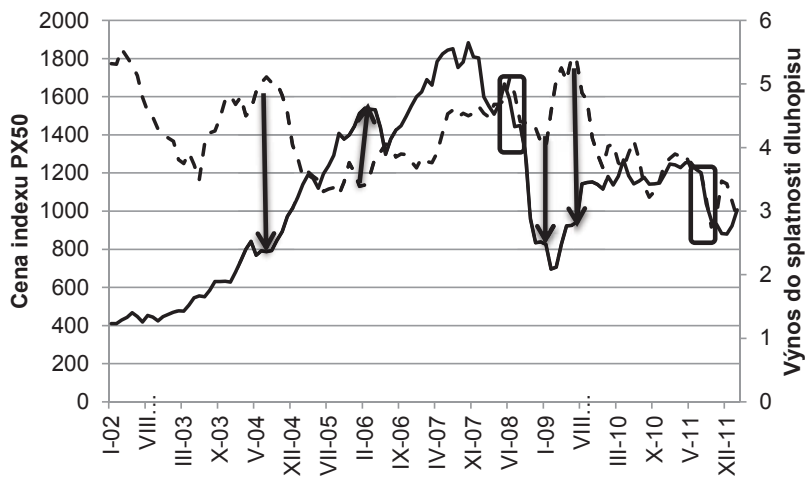
4. Výsledky analýzy

4.1 Grafická analýza časových řad ČR a USA

V rámci empirické analýzy bychom se nejprve chtěli věnovat tomu, zda časové řady burzovního indexu a dluhopisů České republiky nebo Spojených států mají stejné (resp. opačné) pohyby a vzájemné vztahy tak, jak bylo uvedeno v oddílu 3.2 – je-li tedy vývoj cen dluhopisů indikátorem pro ceny akcií. V grafu 9 je znázorněna současně cena českého burzovního indexu PX50 a výnos do splatnosti českého státního desetiletého dluhopisu. To pomůže analyzovat a ilustrovat obě řady společně. V grafu je naznačeno pět významných případů vztahů mezi dluhopisem a akciovým indexem. První případ se váže k roku 2004. V tomto roce došlo v České republice k několika významným změnám. Česká republika se stala členem Evropské unie a daně z fondů byly sníženy z 15 % na 5 %. Investoři začali mnohem více investovat a kupovat státní dluhopisy. Jelikož Česká republika není velkým trhem, tato změna měla velký vliv na dluhopisový výnos do splatnosti, který klesnul z 5 % pod 4 %. Jak již bylo řečeno, dluhopisový výnos do splatnosti se vyvíjí v opačném směru než cena dluhopisů, tudíž cena dluhopisů rostla. Ten samý (pozitivní) vliv zaznamenaly i akcie a burzovní index PX50. Celková rizikovost českých akcií po vstupu do EU klesla a i investoři ze zahraničí začali do českého trhu investovat. Druhý případ se váže k roku 2006, což byl v České republice rok velkých makroekonomických změn. Česká národní banka se obávala inflace tlačené poptávkou a zvýšila úrokovou míru. Jako následek této intervence dluhopisový výnos do splatnosti také rostl, to znamená, že cena dluhopisů padala. Index PX50 však zažil pád až v druhé polovině roku, kdy ztratil část své hodnoty nejen jako následek zvýšené úrokové míry, ale také podpořené situací na Blízkém východu. Po méně než dvou měsících burzovní index opět posiloval. V roce 2008 zasáhla celý svět finanční krize. Akciové indexy začaly padat. Investoři přesouvali své investice do dluhopisů a jejich cena začala stoupat. Dluhopisové výnosy do splatnosti proto opisovaly tento trend a začaly klesat. Jelikož v tomto případě pohyb nebyl vyvolán změnou úrokové míry, ale přesouváním investic z rizikových akcií do konzervativních dluhopisů, jak je to popsáno v odstavci 2.3, pád ceny akcií zapříčinil růst ceny dluhopisů. Navíc je patrné, že cena akcií začala klesat dříve, než cena dluhopisů začala růst. V tomto třetím znázorněném případě dluhopisový výnos do splatnosti nebyl indikátorem pro akcie. Na konci roku 2008 a na začátku roku 2009 investoři, kteří koupili státní dluhopisy k diverzifikaci a ochraně vlastních portfolií, tlačili jejich cenu nahoru (a tím jejich výnos do splatnosti dolů). Během první poloviny roku 2009 reálná úroková míra deflována ex post se zvýšila o 1 % a výnos do splatnosti dluhopisů začal růst. Investoři během této doby začali opět důvěřovat i v akciový trh a začali kupovat akcie a cena akcií začala opět stoupat a cena dluhopisů klesat (resp. výnos do splatnosti stoupat).

Graf 9

Index PX50 (plná čára) a 10-letý státní dluhopis (přerušovaná)



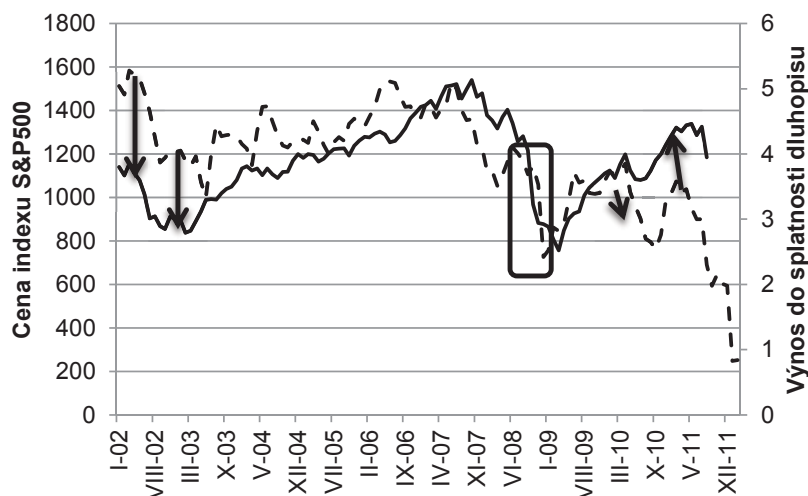
V druhé polovině roku 2009 se reálná úroková míra snížila a tím i výnos do doby splatnosti. Pozitivní nálada na finančních trzích nesetřvala dlouho a znovu v roce 2011 se objevil propad u akcií a cena dluhopisu opět stoupala. Jak je z grafu patrné dno výnosu dluhopisů vždy předchází dnu akcií. V tomto ohledu desetiletý státní dluhopis České republiky je indikátorem pro burzovní index PX50. Na konci analyzovaného období se dluhopisový výnos pohyboval v opačném směru než cena burzovního indexu. To bylo zapříčiněno problémy s nesolventností Řecka a intervencemi Evropské centrální banky.

Po analýze českého trhu provedeme podobnou analýzu pro trh americký. V grafu 10 je opět označeno pět významných případů. První případ je začátek roku 2002. Po září 2001 americký finanční trh zažíval krizi a akcie se dotkly dna. Tato pesimistická nálada přetrvávala do konce roku 2002. Americké domácnosti nedůvěřovaly v akciový trh a tak investovaly na trhu dluhopisovém. V roce 2003 šel dluhopisový trh dolů, jelikož FED uměle držel úrokovou míru nízko a Čína a Japonsko skoupilo velké množství dluhopisů tlačící jejich cenu nahoru. Je dobré poznamenat, že Čína a Japonsko jsou druží a třetí největší držitelé amerických dluhopisů hned po FEDu (na konci roku 2010 byla situace následující: FED 1233 mld. USD, Čína 1160 mld. USD a Japonsko 882 mld. USD) a tím jejich rozhodnutí a kroky silně ovlivňují cenu dluhopisu. Tato intervence nijak neovlivnila akciový trh. V roce 2008 (druhý případ) je stejná situace, popsaná již u České republiky v grafu 9. Akciový trh se drasticky propadl a investoři se přesunuli na dluhopisový trh. To vytlačilo cenu dluhopisů nahoru. Avšak pozitivní korelace mezi dluhopisovými výnosy a cenou indexu vymizela v září 2009, kdy u akcií i dluhopisů začala cena růst. To bylo zapříčiněno monetární expanzí a vysokou inflací. V roce 2011 investoři začali opět důvěřovat v akciový trh a začali alokovat své investice do více riskantnějších derivátů. To je patrné v grafu 10, kdy obě linie, jak ceny

S&P500 tak desetiletého státního dluhopisu začaly růst. Pozitivní myšlení na trzích bylo poté přerušeno nervozitou způsobenou situací v Evropské unii a americký akciový trh začal opět stagnovat. Investoři znovu přesunuli své investice do dluhopisů, a tím jejich výnos opět klesl.

Graf 10

Index S&P500 (plná čára) a 10-letý státní dluhopis (přerušovaná)



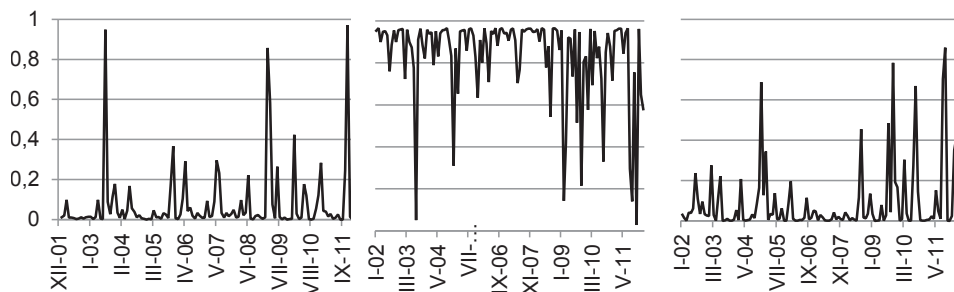
Případ České republiky

Po grafické analýze časových řad se budeme dále věnovat analýze, jestli režim medvědího a býčího chování u desetiletého státního dluhopisu předchází těmto režimům u burzovního indexu PX50. Veškeré odhady byly vypočteny v systému MATLAB s použitím vlastního kódu, který byl sestaven podle rovnic uvedených v oddílu 3.2. Popisná statistika pro časové řady nám říká, že průměr zlogaritmovaných výnosů po celé sledované období je pozitivní u burzovního indexu PX (0,0032) a negativní u desetiletého státního dluhopisu (−0,0022). Tento fakt je patrný již z grafů 1 a 3, kde je patrné, že dluhopisový výnos do splatnosti měl na začátku sledovaného období 5 % a na konci méně než 3 %. To znamená, že cena dluhopisů po sledované období spíše rostla. Burzovní index PX50 rostl až do roku 2008, kdy jej zasáhla finanční krize, a ztratil na hodnotě. Jarque-Berreův test normality je u obou časových řad zamítnutý. To je způsobeno tlustými konci rozdělení a ostřejším tvarem, který je pro finanční časové řady charakteristický. Protože uvažujeme, že časová řada je tvořena třemi normálními rozděleními, musí být tento fakt v modelu zachycený. Po odhadu pomocí EM algoritmu s danými podmínkami jsme získali průměry všech tří rozdělení. Průměr u burzovního indexu PX50 v normálním režimu je 0,0079. Průměr u medvědího a býčího režimu je přesně ± 2 směrodatné odchylky od normálního režimu. V tomto případě dosahuje věrohodnostní funkce svého maxima. U medvědího režimu je tedy

průměr $-0,0251$ a u býčího režimu $0,0410$. Průměr desetiletého státního dluhopisu v normálním režimu je $-0,0025$. I v tomto případě dosahuje věrohodnostní funkce maxima, když je průměr býčího a medvědího režimu přesně 2 směrodatné odchylky od normálního režimu. Průměr u medvědího režimu je $-0,0408$ a v býčím režimu $0,0192$. U obou časových řad je zřejmé, že lepší popis řady by byl s průměry medvědího a býčího režimu menšími než dvě standardní odchylky, ale podle definice režimů, kterou jsme vybrali, budeme dále dodržovat, že střední hodnota býčího a medvědího režimu bude alespoň dvě směrodatné odchylky. Abychom ověřili, že je hypotéza se třemi režimy správná, testovali jsme model pomocí věrohodnostního poměru. Zkoumaná nulová hypotéza byla, že model není závislý na režimech. Po obdržení p -hodnoty jsme nulovou hypotézu mohli zamítnout na 1 % hladině významnosti.

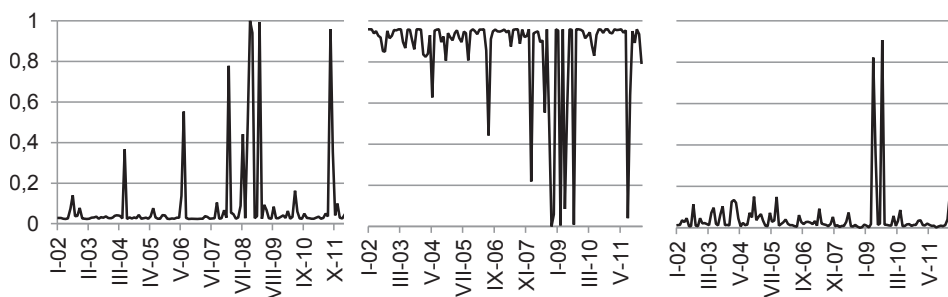
Graf 11

Tři režimy pro časovou řadu státního dluhopisu ČR (býčí, normální, medvědí)



Graf 12

Tři režimy pro časovou řadu indexu PX (medvědí, normální, býčí)



V dalším kroku jsme použili Markovův model (viz oddíl 3.2), odhadli jsme matici pravděpodobnosti přechodů a získali prahy, které dělí jednotlivé režimy. Tyto prahy pro desetiletý státní dluhopis jsou vyobrazeny v grafu 11 a pro burzovní index PX50 v grafu 12. Z obou grafů je viditelné, že časové řady jsou po většinu (kolem 90 % času) sledovaného období v normálním režimu. Jestliže se dluhopis nebo index dostane do býčího nebo medvědího režimu, nesetrvává v tomto režimu příliš dlouho.

V grafickém znázornění úmyslně dáváme pod sebe býčí režim dluhopisových výnosů do splatnosti a medvědí režim akcií. Podle teorie by pohyby měly být opačné,

to znamená, že rapidní pokles ve výnosech do splatnosti by měl být následován růstem ceny akcií (neboli rapidní růst v ceně dluhopisů by měl být následován rapidním růstem ceny akcií). Akciový trh je ovlivňován především inflací a úrokovou mírou. Jestliže se úroková míra zvýší, akciový trh by se měl přesunout do býčího režimu a naopak. Měli bychom být schopni pozorovat propojení mezi desetiletým státním dluhopisem a akciovým indexem. V ideálním případě bychom mohli konstatovat, že státní dluhopis je indikátorem pro burzovní index. Avšak jak je možné z grafů vyčíst, ne všechny medvědí režimy indexu PX50 přicházejí po býčích režimech státního dluhopisu. Naopak lze najít případy (například rok 2008), kdy medvědí nebo býčí režim předcházeli u indexu PX50 a teprve poté se odrazil i u dluhopisu. Tuto skutečnost jsme již zmínili v rozboru v odstavci 4.1. Důvod poklesu ceny akcií byla finanční krize a docházelo zde k přelivu investic do dluhopisového sektoru.

Bližší pohled na tabulky 1 a 2 napoví, jak moc je normální režim persistentní a jak moc je býčí režim nestabilní. V případě indexu PX50 je pravděpodobnost, že pozorování zůstane v tom samém režimu i po další období, více než 99 %, jestliže se jedná o režim normální, 87 %, jestliže se jedná o medvědí režim, a pouze 18,9 %, jestliže se jedná o býčí režim. Výsledky pro desetiletý státní dluhopis ukazují, že pravděpodobnost setrvání v tom samém režimu pro další období je 99,9 % u normálního režimu, 88,4 % u medvědího režimu a pouze 21 % opět u býčího režimu. Markovův model byl testován na počet režimů. Podle věrohodnostního poměru na 5 % hladině významnosti zamítáme hypotézu, že počet režimů je větší než 3, avšak nemůžeme zamítnout hypotézu, že počet režimů je větší než 2. Standardní chyby pravděpodobností p_{ij} v tabulce 1 a 2 jsou získány pomocí metody Monte Carlo.

Tabulka 1

Matice pravděpodobností přechodu indexu PX50 na základě měsíčních dat

Režim $i \setminus j$	Normální, $t+1$	Býčí, $t+1$	Medvědí, $t+1$
Normální, t	0,991 (1,54E-05)	2,7E-06 (1,29E-05)	0,009 (9,15E-06)
Býčí, t	0,794 (1,12E-01)	0,189 (1,11E-01)	0,018 (5,84E-03)
Medvědí, t	0,129 (1,13E-01)	8,1E-05 (2,92E-02)	0,871 (1,09E-01)

Tabulka 2

Matice pravděpodobností přechodu pro 10-tiletý státní dluhopis na základě měsíčních dat

Režim $i \setminus j$	Normální, $t+1$	Býčí, $t+1$	Medvědí, $t+1$
Normální, t	0,999 (1,18E-05)	9,66E-06 (7,57E-06)	7,83E-07 (9,24E-06)
Býčí, t	0,787 (8,24E-02)	0,210 (6,85E-02)	0,002 (4,82E-02)
Medvědí, t	0,115 (7,25E-04)	0,001 (5,50E-02)	0,884 (4,82E-02)

Případ Spojených států

Stejně jako v předchozím případě jsou veškeré odhady provedeny v programu MATLAB. Když se nejprve zaměříme na popisné statistiky časových řad, lze konstatovat, že průměr logaritmů výnosů indexu S&P500 za celé období je sice kladný ale velmi blízký nule (0,0001), a negativní (−0,0064) pro desetiletý státní dluhopis. Podobně jako u České republiky je tento fakt pozorovatelný již z grafů 5 a 7. Výnos do splatnosti desetiletého státního dluhopisu byl na začátku sledovaného období více než 5 % a na konci pouze okolo 1,5 %. Opět to znamená, že cena dluhopisu rostla. Index S&P500 má podobný trend jako index PX50. Roste až do roku 2008, kdy spadl v důsledku finanční krize. Obě časové řady byly opět testovány Jarque-Berrovým testem, zda jsou řady normálně rozdělené. Tato hypotéza byla zamítnuta na 1 % hladině významnosti, jelikož rozdělení má tlusté konce a ostřejší tvar. Odhad provedený EM algoritmem poskytl rozdělení do tří režimů podle předem definovaných podmínek. Průměr burzovního indexu S&P500 v normálním režimu je záporný (−0,0021). Průměr v medvědí a býčím režimu je přesně dvě směrodatné odchylky od průměru normálního rozdělení. To znamená, že by bylo možné popsat rozdělení lépe s menšími rozdíly mezi jednotlivými průměry režimu, avšak pro dodržení definice medvědího a býčího rozdělení je třeba zachovat podmínku minimálně dvou směrodatných odchylek. Průměr u medvědího režimu je −0,0416 a u býčího režimu 0,0375. Průměr státního dluhopisu v normálním režimu je na hodnotě −0,0063. Průměr u býčího režimu je v tomto případě 0,0331 a průměr u medvědího režimu je −0,0456. Opět jsou to přesně dvě směrodatné odchylky od průměru normálního režimu. I pro Spojené státy jsme testovali model pomocí věrohodnostního poměru a na 1 % hladině významnosti byla zamítnuta hypotéza o jediném režimu.

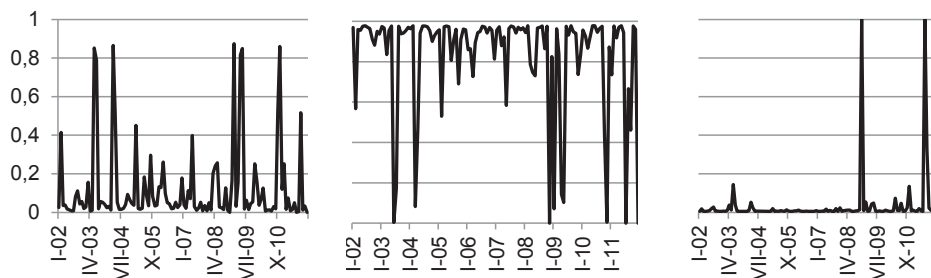
Podobně jako pro případ České republiky jsme odhadli pomocí Markovova modelu matici pravděpodobností přechodů. V grafech 13 a 14 jsou zobrazena všechna tři stádia obou řad. Po většinu sledovaného období jsou obě časové řady v normálním režimu. Index S&P500 je přesně 88,57 % času v normálním stádiu, 2,91 % času v medvědí režimu a 8,52 % v býčím režimu. U státního dluhopisu je toto dělení podobné. 88,36 % času je v normálním režimu, 4,08 % je v medvědí režimu a 12,56 % je v býčím režimu.

Při analýze toho, zda je desetiletý státní dluhopis indikátorem pro burzovní index, je třeba sledovat, zda režimy u dluhopisu předbíhají režimům u indexu S&P500. U medvědího režimu státního dluhopisu jsou vidět tři období. Naproti tomu u býčího režimu indexu S&P500 jsou vidět tři období, kdy je možné říci, že režim je již býčí. Při porovnání, zda 3 medvědí režimy předcházely býčím režimům S&P500 dostáváme následující výsledek. První a druhý medvědí režim u dluhopisu byl v 83 resp. ve 115 pozorování ze 121 pozorování celkem. Býčí režim u indexu S&P500 byl v období 81, 85 a 117. Je tedy možné říci, že kromě prvního býčího režimu indexu S&P500 (zřejmě nevyvolaného změnou úrokové míry), má dluhopis možnost předcházet o 2 období (tzn. měsíce) akciový index. Poslední medvědí režim dluhopisu byl v období 120. Jelikož časová řada se skládá z pouze 121 pozorování, nebylo možné sledovat změnu

indexu za další období. U býčího režimu dluhopisu žádné pozorování není 100 % býčí, kdežto medvědí režim u S&P500 je jeden a to v období finanční krize. Není proto vhodné porovnávat tyto režimy.

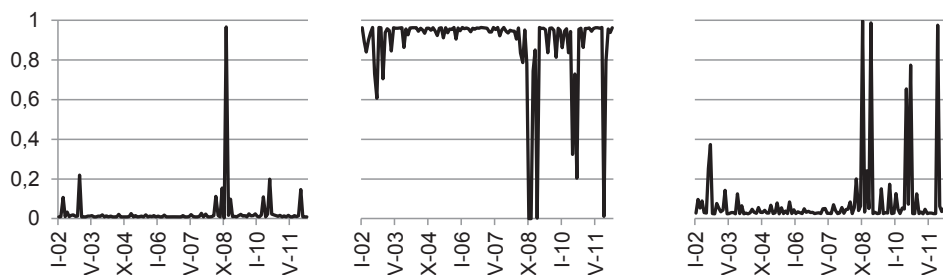
Graf 13

Tři režimy pro časovou řadu státního dluhopisu USA (býčí, normální, medvědí)



Graf 14

Tři režimy pro časovou řadu indexu S&P500 (medvědí, normální, býčí)



V tabulkách 3 a 4 jsou uvedeny matice pravděpodobnosti přechodů obou zkoumaných finančních derivátů. Standardní chyby pravděpodobností p_{ij} v tabulce 1 a 2 jsou opět získány pomocí metody Monte Carlo. Jestliže se index S&P500 nachází v čase t v normálním režimu, s pravděpodobností 99,15 % v tomto režimu zůstane v čase $(t+1)$. Jestliže je index S&P500 v čase t v medvědí režimu, potom v něm s pravděpodobností 49,81% zůstane i v dalším časovém okamžiku $(t+1)$, a jestliže je index S&P500 v čase t v býčím režimu, pak s pravděpodobností 78,37 % bude v tomto režimu i v čase $(t+1)$. Medvědí a býčí režim mají tendenci se vracet zpět do normálního režimu s pravděpodobností 21,54% a 49,34 %. Naopak pravděpodobnost, že index S&P500 je v medvědí režimu v čase t a bude se nacházet v býčím režimu v čase $(t+1)$ nebo naopak je velmi malá (méně než 1 %). Desetiletý státní dluhopis má velmi podobné výsledky u normálního režimu, ale liší se režimy dalšími. Jestliže je dluhopis v býčím režimu v čase t , bude s pravděpodobností 59,42 % v tomto režimu i v dalším časovém období $(t+1)$. U medvědího režimu je to pouze 48,44 %. To znamená, že desetiletý státní dluhopis je spíše býčí, stejně tak jako burzovní index

S&P500. Podle věrohodnostního poměru na 5 % hladině významnosti zamítáme hypotézu, že počet režimů je větší než 3, avšak nemůžeme zamítnout hypotézu, že počet režimů je větší než 2.

Tabulka 3

Matrice pravděpodobnosti přechodů indexu S&P500 na základě měsíčních dat

Režim $i \setminus j$	Normální, $t+1$	Býčí, $t+1$	Medvědí, $t+1$
Normální, t	0,992 (1,46E-03)	0,001 (1,40E-03)	0,007 (4,86E-08)
Býčí, t	0,215 (3,27E-02)	0,787 (2,76E-02)	0,001 (8,17E-07)
Medvědí, t	0,493 (1,36E-01)	0,009 (1,16E-01)	0,498 (4,06E-03)

Tabulka 4

Matrice pravděpodobnosti přechodů 10-letých státních dluhopisů na základě měsíčních dat

Režim $i \setminus j$	Normální, $t+1$	Býčí, $t+1$	Medvědí, $t+1$
Normální, t	0,999 (9,64E-04)	9,6E-06 (7,21E-04)	7,8E-07 (4,09E-08)
Býčí, t	0,401 (4,35E-02)	0,594 (4,98E-02)	0,004 (1,46E-06)
Medvědí, t	0,509 (1,52E-01)	0,006 (1,03E-01)	0,484 (4,06E-03)

Závěr

Cílem práce bylo hledat dlouhodobou závislost mezi dluhopisovým výnosem a výnosem akciovým v České republice a ve Spojených státech. Porovnání výsledků, získaných v předchozích oddílech, ukazuje, že obě časové řady pro případ České republiky jsou více medvědí než stejné časové řady Spojených států. Obecně práce ukazuje, že desetileté státní dluhopisy by mohly být brány jako jeden z indikátorů pro akciový trh. Nesrovnalosti byly identifikovány zejména při intervencích centrálních bank s ohledem na jejich měnovou politiku. Obě finanční časové řady České republiky byly méně býčí než stejné časové řady Spojených států. V každé finanční časové řadě, která byla předmětem zkoumání, jsme našli jasnou evidenci režimů s vysokým a kladným průměrem výnosů a nízkým záporným průměrem výnosů. Režim s vysokým kladným průměrem byl identifikovaný jako býčí a režim s nízkým negativním průměrem potom jako medvědí. Režim, který měl průměr kolem nuly, byl definovaný jako normální. Bylo dokázáno, že Markovův model se třemi režimy a průměry, které musejí být od sebe minimálně dvojnásobek směrodatné odchylky, dává dobrý popis dat.

Pokud uvažujeme dluhopisový trh, který byl v naší analýze zastoupený desetiletým státním dluhopisem, jako indikátor pro akciový trh, který byl zastoupený burzovním indexem, potvrzují provedené analýzy vzájemné propojení. To je patrné nejen

z grafické analýzy, ale i z analýzy režimů, kdy býčí nebo medvědí režim u dluhopisu předchází býčí nebo medvědí režim u akciového indexu. Oba uvedené režimy neměly v České republice ani ve Spojených státech dlouhé trvání. Z 20 % až 70 % zkoumaného období, kdy dluhopis či index byl v býčím nebo medvědí režimu, se vrátil zpátky do normálního režimu v dalším sledovaném období. Protože jsme uvažovali časové řady měsíčních průměrů, nebylo možné pozorovat delší časové okno, kdy by jeden z derivátů setrval déle v medvědí nebo býčím režimu. Závěry analýzy mohou pomoci investorům diverzifikovat jejich portfolia. Teorie obecně učí, že by v býčích režimech měli investoři alokovat své investice spíše do akcií, kdežto v medvědí režimech spíše do dluhopisů. Navržený postup by proto mohl pomoci identifikovat s předstihem, v jakém režimu se daný derivát nachází.

Při identifikaci býčích a medvědí režimů jsme narazili na velké množství přechodů. Budoucí výzkum by toto mohl vzít v úvahu a rozdělit režim býčí na režim býčí s vysokou volatilitou a s nízkou volatilitou. Analogicky by bylo možné provést totéž pro režim medvědí. Toto rozdělení by umožnilo extrahovat málo frekventované trendy za zkoumané časové období.

Literatura

- BILMES, J. A. 1998. A Gentle Tutorial of the EM Algorithm and its Application to Parameter Estimation for Gaussian Mixture and Hidden Markov Models. *Technical Report ICSI-TR-97-021*, University of Berkeley.
- BOLLERSLEV, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, Vol. 31, No. 3, pp. 307–327.
- DEMPSTER, A.; LAIRD, N.; RUBIN, D. B. 1977. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 39, No. 1, pp. 1–38.
- EAGLE, R. 1982. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp. 987–1007.
- ESTRADA, J. 2012. Stocks, Bonds, Risk, and the Holding Period: An International Perspective. Dostupné z <http://blog.iese.edu/jestrada/files/2012/06/TimeDiv1.pdf> [20.12.2012]
- GORDON, S.; ST-AMOUR, P. 2000. A Preference Regime Model of Bull and Bear Markets. *American Economic Review*, Vol. 90, No. 4, pp. 1019–1033.
- GUIDOLIN, M.; TIMMERMAN, A. 2005. Economic Implications of Bull and Bear Regimes in UK Stock and Bond Returns. *Economic Journal*, Vol. 115, pp. 111–143.
- HAMILTON, J. D.; SUSMEL, R. 1994. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime. *Journal of Econometrics*, Vol. 64, pp. 307–333.
- HAMILTON, J. D.; LIN, G. 1996. Stock Market Volatility and the Business Cycle. *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 11, No. 5, pp. 573–593.
- HAMILTON, J. D. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.
- KŘEPELOVÁ, M. 2011. Analýza burzovních indexů. *Sborník prací účastníků vědeckého semináře doktorského studia FIS VŠ*, pp. 88–93.
- MCLACHLAN, G.; PEEL, D. 2000. *Finite Mixture Models*. John Wiley & Sons, New York, 2000.
- MURPHY, J. J. 2004. *Intermarket Analysis: Profiting from Global Market Relationships*. Wiley & Sons, New York, 2004.
- THE VANGUARD GROUP. 2012. *Staying Calm during a Bear Market*. Dostupné na <https://retirement-plans.vanguard.com/VGApp/pe/PubVgiNews?ArticleName=Stayingcalmbearmkt> [20.12.2012]

ANALYSIS OF GOVERNMENT BONDS AS AN INDICATOR FOR STOCK MARKET

Marika Křepelová, Josef Jablonský, University of Economics, Prague, W. Churchill Sq. 4, CZ – 130 67 Prague 3 (krepelova.m@gmail.com, jablon@vse.cz).

Abstract

The paper analyzes 10-year government bond and stock index of the Czech Republic and the United States in period from January 2002 to February 2012. Main purpose of the paper is to show connection between bond and stock market and verify whether bonds can be taken as stock indicators. A detailed study of financial time series of both countries is performed. Different stages of each financial time series which is called bear, normal and bull state are presented. The conclusion is that all three stages have different means return and they are in accordance with financial theory. For the division of time series into each state Markov-Switching model is used.

Keywords

bond market, stock market, bull and bear state, Markov-Switching model

JEL classification

C58, C61